

# 污染的經濟分析\*

## ——動態處方的應用——

顏平原\*\* 周添城\*\*

### 一、緒 論

關於污染，從福利經濟學的觀點，可以看作是外部性（externality）的問題，也可以看作是公共財（public good）的問題。所謂外部性是指某一團體（影響者）對另一團體（受影響者）造成一種影響（effect），而這種影響一方面必須是無意的，另一方面必須是沒有給予支付的（paid for）。污染的排放者或污染源（dischargers）並沒有故意要使受害者受到負面的效果，而且受害者也不是受償以承受這種反效用（disutility）的，故其為一個外部性問題。所謂公共財是指那些不具競爭性（non-rivalry）的財貨，也就是甲的消費並不妨害乙的消費；公共財的另一個性質是不具排他性（non-excludability），也就是為某些人所提供的財貨，不可能或很難阻止其他人由此獲益。與排他性相似又相反的性質是非拒斥性（non-rejectability），也就是你無法不消費，如果這種消費對大眾來說是一種反效用，那這種財貨就稱為公共劣財或公害（public bad）；污染就是其中最著名的一種。

若從外部性來分析污染，通常的情形是假定污染源為某一特定的對象。由於污染的產生為某一經濟活動的副產物，所以對污染的管制便在於如何管制污

---

\* 作者感謝麥朝成、陳聽安、吳立中等教授及其他與會學者專家之批評與建議，惟文中若有疏誤之處當由作者自負。由於會中諸多具有啟發性的建議，無法完全包含於本文內，將另成一文以擴充本模型，並對其應用詳作討論。

\*\* 國立中興大學經濟學系副教授。

染源的經濟活動量。污染源的經濟活動一方面使社會的一群人獲益，另一方面又使另一群人受害，所以必須衡量雙方因該活動所得的效用及反效用，以尋求一個均衡的活動水準，也就是社會福利最大的活動水準。在通常的情形下，我們是無從得知雙方的效用及反效用的，因此如何決定均衡活動水準不是什麼問題，如何使雙方誠實申報其效用及反效用才是真正的問題。Buchanan and Stubblebine (1962) 曾建議以雙邊課稅 (bilateral taxation) 來解決誠實申報的問題，但這種方法只在受害者的反效用都相同時才有效，否則就得使用 Clarke-Groves 手法 (mechanism) 來處理 (Ng, 1980)。

上述分析方法的缺點，為不能將排放污染的經濟活動與反污染活動 (回收裝置，物理或化學處理) 相連結。以工業廢水為例，減少產量可以減少廢水的排放，增添回收設備也可以減少廢水的排放；就單一廠商或產業來說，後者不一定會減少產量，但就整個經濟來說，由於資源的稀少性，反污染的經濟活動愈多，國民生產就愈少。因此我們可以把污染視為公共劣財，而把反污染活動視為公共財來進行分析，關於一個具有公共財的經濟社會，如何調整公共財與私有財的產量以到達最適狀態 (如 Pareto 最適)？許多歐洲的經濟學者曾提出動態處方 (dynamic process or procedure) 的分析方法來討論。(註一)

本文即根據這種分析方法，將污染的排放視作公共劣財的生產，而寫出一個污染管制的動態處方，據以決定趨向 Pareto 最適的污染管制方向。將反污染活動或環境品質當作公共財來處理，是假定處於無特定污染源的情況下，如此，反污染活動的成本是由全體來分攤的。(註二) 但是除垃圾、家庭污水等外，大多數污染的排放都可具體掌握排放者。因此，對於反污染成本的分攤，在我們的動態處方裡將另作考慮，由於該處方具有一般性，故在有無特定污染源的情況下都可適用。

為便於說明起見，除緒論外，第二節將討論管制污染的雙邊課稅法及其缺點，第三節在建立污染管制的動態處方並討論其性質，第四節在討論動態處方的誘因，即一般人會不會誠實申報其對污染的邊際代替率，我們將以瞬點賽局

---

(註一) 或譯為「動態過程」，有關歐洲學派動態處方的分析，請參閱周添城 (1981 及顏平原 (1985))。

(註二) 應如何分攤是另一個問題，可以按每人的偏好高低分攤，也可以按所得大小分攤，如下述式(10)中之  $\rho_i$ ，即代表按每人所得份額來分配。

( local game ) 的方法來探討此一問題，最後為結語並說明今後努力的方向。

## 二、污染的外部性及其最適管制

從外部性的觀點，污染是因特定對象從事生產、消費或交易等活動所帶來的副作用。設 K 先生所從事的經濟活動（其活動量的大小以  $X_k$  表示之）會排放污染，並對 J 等造成反效用；設 J 為一集合，記為：

$$J = \{ j \mid j = 1, 2, \dots, n \}$$

又設 K 在各  $X_k$  水準所獲得的邊際利益，其願意支付的貨幣數量稱為 K 的邊際價值 ( marginal valuation )，記為  $MV_k$ ；而對 J 中某一人，j，所造成的邊際反效用，其願意承受的貨幣補償量為  $MV_j$ 。我們採用 Kaldor [1939] 的補償標準，若

$$MV_k > \sum_{j=1}^n MV_j \quad (1)$$

則認為增加一單位  $X_k$  可以增加社會福利，反之式(1)不等號相反時則會降低社會福利；至於這種判斷能否同時滿足 Hicks [1939, 1941] 的補償標準，為了簡化起見，則暫不考慮。

### 2-1 雙邊課稅

從福利經濟學的觀點，式(1)等式成立時或圖一中  $MV_k$  曲線與  $\sum_{j=1}^n MV_j$  曲線相交時所決定經濟的活動量  $X_k^0$  為最適活動量。圖一的橫軸用來衡量  $X_k$ ，縱軸自原點向上衡量 K 的邊際價值，向下衡量 J 的邊際價值，由於 J 為污染的受害者，故  $MV_j$  及  $\sum_j MV_j$  曲線都在第一象限，此表示其值為負。

對於  $X_k$  這種會排放污染的經濟活動若不加以管制，則對 K 最有利的活動量為 P 點，但社會福利最大的活動量（即最適活動量）為 S 點；為求社會福利最大，管制  $X_k$  最簡單的方法為對 K 課稅，其稅負視  $X_k$  的大小而定，即

$$T_k = \int_0^{X_k} \sum_j MV_j \, dX_k \quad (2)$$

如此 K 的淨益即可用  $MV_k' = MV_k - \sum_j MV_j$  表示之，此時 K 最有利的活動量亦為 S 點。這種課稅的優點不僅在於 K 會到達最適活動量，而且他會誠實申報其邊際價值，因為在  $\sum_j MV_j$  固定時，高報或低報  $MV_k$ ，都會使均衡活動量偏離 S 點

，這都會減少其利益。但只對K課稅並不能誘使J誠實申報，對J來說， $X_k$ 愈小愈好，故其會高報其損害而使 $X_k$  偏離最適活動量。

Buchanan & Stubblebine(1962) 提出一個雙邊課稅 ( bilateral taxation ) 的構想來防止J的高報。其構想為對J也課稅，其稅負總額為：

$$T_j = \int_s^p MV_k dX_k \quad (3)$$

就J整體來說若 $\Sigma_j MV_j$  曲線為其真實的損害，高報其邊際價值會使得均衡活動量小於S點，如此所減少的損害小於所增加的稅負，得不償失，反之低報其損害，會使均衡活動量大於S點，如此所增加的損害大於所減少的稅負，亦得不償失。

雙邊課稅的構想對J整體來說是有有效的，但J又如何決定每人分攤稅負的比例，若平均分攤，則每人的稅負可用圖一中 $1/n MV_k$  曲線表示之，此時除非每個人的 $MV_j$  都相等，否則損害大於平均數的就會高報，而損害小於平均數的又會低報；若按照每人的 $MV_j$  大小來分攤，則每個人都會低報以減少其攤額，因此

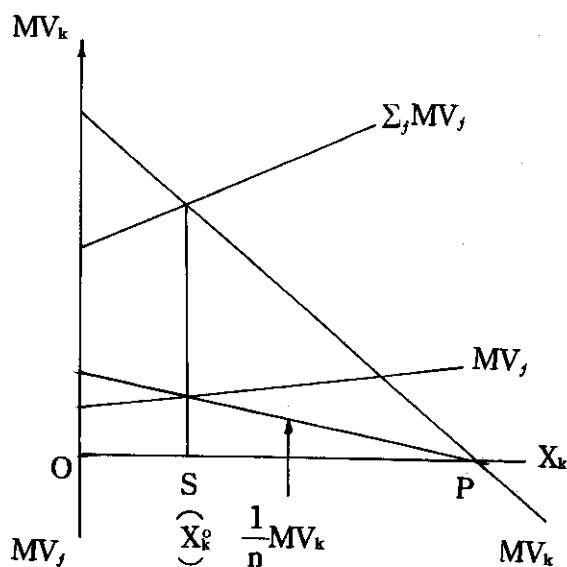


圖 一

雙邊課稅的構想並沒有真正解決誠實申報的問題。

### 2-3 Clarke - Grove 手法與誠實申報

Ng(1980) 利用處理公共財的 Clarke - Groves 手法來管制污染，其方法與雙邊課稅相似，所不同者為對J中任一人*i* 的課稅是由 $MV_k$  曲線減去 $\Sigma_{j \neq i} MV_j$  曲線來決定，設

$$t_i = MV_k - \Sigma_{j \neq i} MV_j \quad (4)$$

若 $t_i$  曲線交橫軸於Q點，而 $\Sigma_j MV_j$  曲線與 $MV_k$  在 $X_k$  等於R點時相交，則*i* 的稅負為

$$T_i = \int_R^Q t_i dX_k$$

由於  $t_i$  曲線是 K 及 J 中  $i$  以外的人所申報的值來決定的， $i$  本身高報或低報其損害對該曲線並無影響，設  $i$  真正的邊際價值曲線為圖二中的  $MV_i$ ，則  $i$  誠實申報時的稅負為三角形  $\triangle RQS$ ，若高報，則損害減少額小於稅負增加額，若低報，則損害增加額大於稅負減少額，都得不償失，故不論其他人如何申報， $i$  都會誠實申報。由對稱的假設，其他人也會誠實申報。

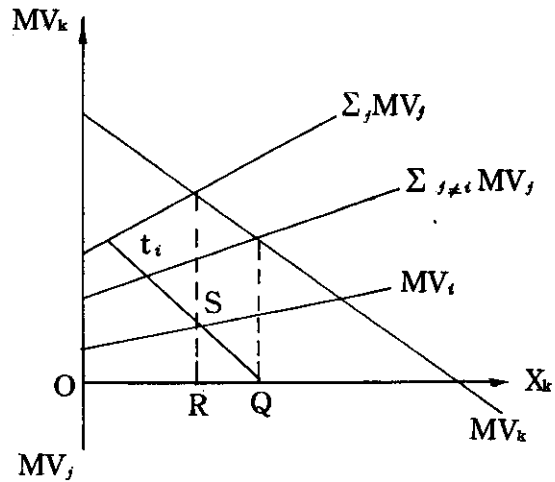


圖 二

以 Clarke-Groves 手法來處理污染問題的好處，不僅在於其可

解決坐享其成者 ( free-rider ) 的問題，而且可以滿足個人合理性 ( individual rationalty )，即對於污染受害者課稅的高低，是相對其受害的程度來決定的，受害愈深的，所課稅亦愈多，但受害深者因污染管制而得的利益也愈大，從圖二中課稅三角形的範圍總在其邊際價值曲線之下，就可了解。

這種方法的缺失有三點，第一、要每個人申報在每一  $X_k$  值的邊際價值，會因未曾涉身處地而無從正確地申報；因為目前 K 的經濟活動量為  $X_k$ ，由此活動量所產生的污染排放每個人曾經身受，當然可以指出其邊際價值，反之對於其他活動量會有多少的污染排放量？其受損害程度如何？一般人未嘗經歷，只憑想像或推測，未免失真。第二，減少經濟活動並不是減少污染的不二法門，污染也可以因回收裝置或物理、化學等處理而減少排放；在經濟學的觀點必須由兩者的社會成本來比較，以決定那種管制方式較為經濟，由於前述管制方法未將  $X_k$  的變動與其他財貨的生產相連結，所以我們無法了解其變動的社會成本。第三、前述管制方法主要是以雙邊課稅來達成的，但課稅引發的所得效果 ( income effect ) 卻予忽略，雖然這種簡化並不會使該理論失卻一般性，但會使均衡活動量偏離最適活動量；由於 MV 申報在前，課稅決定在後，既使透過一聯串的調整可減少這種偏離，也將大幅降低這種管制方法的可行性。

### 三、污染管制的動態處方

上述缺點，大多可由動態處方 ( dynamic process ) 分析方法加以解決，這將於討論其性質 ( 3 - 2 節 ) 時看出，惟這種方法所引起是否誠實申報的問題，將單獨於下一節討論。

若用一個集合來表示一個社會的經濟狀況 ( state )，則此一集合中應包含每個人對每種財貨的消費量，每個人擁有的自然賦與 ( endowment ) 數量等。所謂動態處方乃列出在每個時點，經濟狀況中各財貨應調整的方向與數量，這種調整將使目前的狀況經由其他狀況，趨向福利經濟學所追求的 Pareto 最適狀況。此種調整過程或方法，可稱之為歐洲學派的動態處方分析 ( 周添城 1981 )。其中最具代表性者當屬 M D P 處方，此乃 Malinvaud ( 1971 ) 和 Dréze & Poussin ( 1971 ) 三人分別在兩篇獨立的文章裡所提出來的，後人即以三人姓氏的第一字母命名之。

在通常的情形裡，動態處方是用一組微 ( 差 ) 分方程式來表示每一財貨的調整方向及數量；一個最簡化且含公共財生產的 M D P 處方僅列  $n + 1$  個方程式，其中一個指出公共財的調整方法，其他  $n$  個指出每個人的私有財的調整方法。我們所提關於污染管制的動態處方，即是由此簡化的 M D P 處方發展出來的。

### 3-1 污染管制處方

我們假定社會的生產函數為

$$F(y, s) = \omega \quad (5)$$

其中  $\omega$  為該社會之資源稟賦， $y$  為國民生產， $s$  為污染排放量，兩者的轉換關係為

$$\dot{y} = -r\dot{s} \quad (6)$$

其中

$$\dot{y} = dy/dt, \quad \dot{s} = ds/dt$$

$$r = \frac{\partial F}{\partial s} / \frac{\partial F}{\partial y}, \quad \text{且} \quad \frac{dy}{ds} > 0$$

又設  $i$  的功能所得 ( functional income ) 為  $y_i$ ，其佔國民生產的份額 ( share ) 為常數  $\sigma_i$ ，即

$$y_i = \sigma_i y \quad \text{或} \quad \dot{y}_i = \sigma_i \dot{y} \quad (7)$$

而  $i$  的效用函數為：

$$u_i = u_i(x_i, s) \quad (8)$$

其中  $x_i$  為  $i$  的個人所得 ( personal income )，且

$$\sum x_i = \sum y_i = y$$

則我們提議的動態處方為：

$$\dot{s}(t) = a [\sum \pi_i(t) - r(t)] \quad (9)$$

$$\dot{x}_i(t) = \dot{y}_i(t) - \pi_i(t)\dot{s}(t) + \rho_i r \dot{s}(t) + \delta_i \dot{s}(t)^2$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

其中  $\pi_i = \frac{\partial u_i}{\partial s} / \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$  ,  $\dot{x}_i = dx / dt$  , 且  $\frac{\partial u_i}{\partial s} < 0$  ,  $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} > 0$

$$-1 < \rho_i < 1 \quad \sum \rho_i = 1$$

$$0 < \delta_i < 1 \quad \sum \delta_i = 1$$

式(9)指出污染的管制方向及數量， $a$  為調整係數，令其值為一並不影響理論的一般性。式(10)指出  $x_i$  的調整方向及數量， $\dot{y}_i$  為因污染管制， $i$  所增減的功能所得， $\pi_i \dot{s}$  為污染排放量變動  $\dot{s}$  時， $i$  願意放棄的所得（即願意支付的價格）， $r \dot{s}$  為污染變動  $\dot{s}$  時的社會成本； $\rho_i$  為分配係數，由式(6)知

$$\sum \rho_i r(t) \dot{s}(t) = r(t) \dot{s}(t) = -\dot{y} = -\sum \dot{y}_i$$

故知式(10)中第一項與第三項的加總之和為零，這是此一動態處方的妙着。由於我們假定所得分配的份額  $\sigma_i$  為常數，就等於假定減少污染排放的社會成本是按各人的分配份額  $\sigma_i$  來分攤的，這對非污染源來說是不公平的，因此我們從各人因污染變動願意支付的總額（ $\sum \pi_i(t) \dot{s}(t)$ ）中提出等於前述社會成本的部份，就各人對造成污染排放的責任重予分配。若將式(6)及(7)代入(10)，並令  $\theta_i = \rho_i - \sigma_i$ ，得

$$\dot{x}_i(t) = \theta_i r(t) \dot{s}(t) - \pi_i(t) \dot{s}(t) + \delta_i \dot{s}(t)^2 \quad (11)$$

由於  $\sum \theta_i = 0$ ，故從公平的觀點，非污染源的  $\theta_i$  應為正，污染源的  $\theta_i$  應為負。式(10)或(11)中的  $\dot{s}^2$  為剩餘，即

$$\begin{aligned} & \sum \dot{x}_i(t) - r(t) \dot{s}(t) - \sum \theta_i \dot{s}(t) - \sum \pi_i(t) \dot{s}(t) \\ &= \sum \dot{y}_i(t) + \dot{s}(t) [\dot{s}(t) + r(t)] \\ &= -r(t) \dot{s}(t) + \dot{s}(t) [\dot{s}(t) + r(t)] \\ &= \dot{s}(t)^2 \end{aligned}$$

此種剩餘乃管制污染所得的淨益，當由全體分享，故  $\delta_i$  之值為正，乃  $i$  分得剩餘的份額。

式(11)中之  $\theta_i$  為一政策工具變數，尤其當我們知道誰為污染源，誰為受污染

時，可令  $\theta_i$  為負為正，甚或依其污染或被污染程度決定  $\theta_i$  之值，以符公平的原則，當然在污染沒有特定排放者的情況，每一人的  $\theta_i$  應相同，即同為零，此時式(11)應改為

$$\dot{x}_i(t) = -\pi_i(t)\dot{s}(t) + \delta_i \dot{s}(t)^2 \tag{11'}$$

式(9)及(11')的污染管制處方，即為含生產公共財的MDP處方，該處方的性質及各人誠實申報偏好的誘因在顏平原(1985)一文中詳細的討論。

### 3-2 污染管制處方的性質

對應於前述Clarke-Groves手法的三個缺失，動態處方已將污染(或防治污染)與經濟活動的關係連續起來，同時所謂的所得效果亦在該動態處方中考慮到，至於個人邊際價值的申報，此處僅要求個人在該經濟狀況下申報其邊際代替率  $\pi_i$ ，無須顯示不同狀況下之  $\pi_i$ ，已解決該手法的主要缺失。但在動態處方中，個人是否誠實申報其  $\pi_i$  並不確定，這將於下節中單獨討論。本小節則進一步討論動態處方之性質。

一般動態處方均要求其滿足三個主要的性質：有效性、可行性及個人合理性。有效性就是該動態處方向 Pareto 最適境界 (Pareto optimum) 收斂。可行性就是滿足生產限制條件。個人合理性是指個人會接受對其有利的安排或從事對其有利的行動，因此當  $\dot{u}_i(t) > 0, \forall i$  時，該動態處方即可“自動”進行。前二個特性為必要性質，但個人合理性則非為必要，當其不滿足時，則需要政府的介入以“強制”執行，否則  $\dot{u}_i(t) < 0$  的個人  $i$ ，將拒絕該動態處方。以下檢定式(9)及式(11) (或式(11'))的污染動態處方是否滿足這三個性質。

**命題一 (有效性)：**式(9)及式(11)的動態污染管制處方向 Pareto 最適境界 (Pareto Optimum) 收斂。

**證明：**生產公共財的 Pareto 最適條件為對公共財的邊際代替率總和等於生產公共財的邊際產品轉換率；式(9)中  $\dot{s}(t)$  等於零時即可達成此條件，在  $\sum \pi_i(t) < r(t)$  時， $\dot{s}(t)$  為負，即須減少污染的排放量，若我們假定

$$\frac{\partial u_i}{\partial s} < 0, \quad \frac{\partial^2 u_i}{\partial s^2} < 0, \quad \frac{\partial r}{\partial s} \leq 0$$

即污染的邊際反效用遞增，而處理污染之邊際成本不遞減，如此  $\dot{s}(t)$  為負時， $\sum \pi_i(t)$  愈來愈大，而  $r(t)$  愈來愈小或不變，終可使  $\dot{s}(t)$  為零，反之  $\dot{s}(t)$  為正時，亦可得到同樣的結果，故此處方向 Pareto 最適境界收斂。

Q.E.D.



命題二 (可行性) : 式(9)及式(11)的動態污染管制處方滿足式(6)的生產限制條件。

證明: 式(11)左手邊的總和為

$$\sum \dot{x}_i(t) = \sum \dot{y}_i(t) = \dot{y}(t) \quad (14)$$

右手邊的總和為

$$\begin{aligned} & r(t)\dot{s}(t) \sum \theta_i - \dot{s}(t) \sum \pi_i(t) + \dot{s}(t)^2 \sum \delta_i \\ &= -\dot{s}(t) [\dot{s}(t) + r(t)] + \dot{s}(t)^2 \\ &= -r(t)\dot{s}(t) \end{aligned} \quad (15)$$

式(14)及(15)恰為式(6)等號的左右兩邊。

Q.E.D.

命題三 (個人合理性) : 式(9)及式(11)之特例式 (11)' 的動態污染管制處方滿足個人合理性 (individual rationality)。

證明: 對式(8)全微分得

$$\dot{u}_i(t) = du_i / dt = \frac{du_i}{dx_i} [\dot{x}_i(t) + \pi_i(t)\dot{s}(t)] \quad (12)$$

將式(11)代入式(12), 得

$$\dot{u}_i(t) = \frac{du_i}{dx_i} \delta_i \dot{s}(t)^2 \quad (13)$$

∵  $\dot{s}(t)^2$  恆為正, 故知式(13)右手邊亦為正

Q.E.D.

因此, 式(9)及式(11)的污染動態處方滿足有效性及可行性, 至於個人合理性方面, 在不知道或不追究污染源而共同致力於污染管制的公共財生產, 即依(11)動態處方來管制污染的作法, 不加管制對每個人都有利, 則該處方亦滿足個人合理性而可“自動”進行。但這並不符合公平原則, 因為這等於承認污染的排放是一項權利, 所以才有式(11)處方的設立用以分攤各人對造成污染排放的責任。此時, 上述式(13)將變成

$$\dot{u}_i(t) = \frac{du_i}{dx_i} (\theta_i r(t) \dot{s}(t) + \delta_i \dot{s}(t)^2)$$

當  $\theta_i < 0$ , 即  $i$  為污染源時, 則不能保證使上式為正, 亦即可能不滿足個人合理性, 若此則  $i$  將不願意自動參加該處方, 須要政府的介入以強制執行。這正是式(11)處方加入  $\theta_i$  作為政策工具變為的理由, 換言之, 為了顧及公平性, 政府須介入仲裁或決定  $\theta_i$  的分配份額而犧牲了個人合理性的性質, 但這也成了政府

介入污染管制活動的一個依據。

### 四、動態管制處方中的誘因問題

在應用上，若要以式(9)及(11)的動態處方來管制污染，先需要知道每個人在  $t$  時對污染的邊際代替率  $\pi_i$  (以貨幣單位來表示)，然後才能據以計算污染及個人所得的變動方向及數量。但是此處的  $\pi_i$  如同第二節中的  $MV_i$ ，除非每個人誠實申報，當局是無從得知的，然而即使當局可要求個人申報，但無法查知其是否誠實申報，本節是在個人合理性的假設下 (即每個人都追求自己的最大利益)，討論個人會如何申報，這種申報是否會影響動態處方的有效性及可行性。即使個人在利己的前提下不會誠實申報，但只要這種不誠實的申報不影響有效性及可行性，經濟狀況一樣向 Pareto 最適調整，則該處方仍乃具有實用的價值。

#### 4-1 自行申報的動態污染管制處方

若政府當局公布動態污染管制處方，並同時公布處理污染的邊際成本  $r(t)$ ，且要求個人申報其在  $t$  時對污染的邊際代替率  $\pi_i(t)$ ，設  $i$  的申報值為  $\phi_i(t)$ ，則式(9)及式(11)的處方可改寫為：(為求簡化，省去表示時間的  $t$ ，且以後都如此)

$$\dot{s} = \sum \phi_j - r \tag{16}$$

$$\dot{x}_i = -\phi_i \dot{s} + \theta_i r s + \delta_i s^2 \tag{17}$$

此時  $i$  在利己的假設下，應如何申報？我們先將式(16)及式(17)的處方定義為一個瞬點賽局 (local game)，其內涵為：

- (1) 一個有限集合  $I$  (參與者)； $I = \{ 1, 2, \dots, n \}$
- (2)  $\forall i \in I$ ，一個無限的集合  $\Phi_i \subset R^-$  ( $i$  的單純策略)； $\Phi_i = \{ \phi_i \mid -\infty < \phi_i \leq 0 \}$
- (3)  $\forall i \in I$ ，有一個無限的集合  $U_i \subset R$  ( $i$  的報償)， $u_i \in U_i$
- (4)  $\forall i \in I$ ，有一個報償函數  $f_i : \prod \Phi_j \rightarrow U_i$ ，其形式為

$$\dot{u}_i = \frac{du_i}{dx_i} [ \dot{x}_i + \pi_i \dot{s} ] \tag{18}$$

由於這不是一個定和賽局 (constant-sum game)，故我們不能求小中求大 (maximin) 解，而只能求 Nash 均衡解；前者是假定他人總是採取對其最

不利的策略時，其應如何選擇策略，後者是他人的策略已知時，吾人選擇那一個策略最為有利。

#### 4-2 瞬點賽局的 Nash 均衡解

將式(16)及(17)代入式(18)，得

$$\dot{u}_i = \frac{du_i}{dx_i} [(\pi_i - \phi_i)(\sum_{j \neq i} \phi_j - r) + \theta_i r (\sum_{j \neq i} \phi_j - r) + \delta_i (\sum_{j \neq i} \phi_j - r)^2] \quad (19)$$

就式(19)對  $\phi_i$  偏微分，得

$$\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial \phi_i} = \frac{du_i}{dx_i} [(\pi_i - \phi_i) - (\sum_{j \neq i} \phi_j - r) + \theta_i r + 2 \delta_i (\sum_{j \neq i} \phi_j - r)] \quad (20)$$

令式(20)的右手邊為零，即可求得最佳申報策略  $\hat{\phi}_i$ ，為

$$\hat{\phi}_i = \frac{1}{2(1-\delta_i)} [\pi_i + \theta_i r - (1-2\delta_i) (\sum_{j \neq i} \phi_j - r)] \quad (21)$$

式(21)可改寫為：

$$2(1-\delta_i)\hat{\phi}_i + (1-2\delta_i) \sum_{j \neq i} \phi_j = \pi_i + (1+\theta_i-2\delta_i)r \quad (22)$$

式(22)可定義出一組  $n$  個直線方程式的聯立方程式，用矩陣的方式來表示，其為：

$$(\mathbf{I} + \mathbf{A}) \boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\pi} (\mathbf{a} + \boldsymbol{\theta}) r \quad (23)$$

其中  $\boldsymbol{\phi}' = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$ ， $\boldsymbol{\pi}' = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$ ， $\mathbf{A}$  為一矩陣，其每一行都是向量  $\mathbf{a}$ ， $\mathbf{a}' = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ ， $\alpha_i = 1 - 2\delta_i$ ， $\boldsymbol{\theta}' = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ ，而  $\mathbf{I}$  為  $n \times n$  的單位矩陣 (identity matrix)；式(23)的解為：

$$\boldsymbol{\phi}^* = (\mathbf{I} + \mathbf{A})^{-1} [\boldsymbol{\pi} + (\mathbf{a} + \boldsymbol{\theta}) r] \quad (24)$$

由逆矩陣的運算公式，知

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} + \mathbf{A})^{-1} &= \mathbf{I} - \frac{\mathbf{A}}{1 + \sum \alpha_i} \\ &= \mathbf{I} - \frac{\mathbf{A}}{n-1} \end{aligned}$$

將上式結果代入式(24)，求得一個唯一的 Nash 均衡策略  $\phi_i^*$ ，其為：

$$\phi_i^* = \pi_i - \frac{(1-2\delta_i)}{n-1} (\sum \pi_i - r) + \theta_i r \quad (25)$$

**命題四：**自行申報的動態污染管制處方其瞬點賽局的 Nash 均衡策略仍滿足有效性。

**證明：**將式(25)加總，得

$$\begin{aligned} \sum \phi_i^* &= \sum \pi_i - (\sum \pi_j - r) \sum (1-2\delta_i) / (n-1) + r \sum \theta_i \\ &= \sum \pi_j - (n-2) (\sum \pi_j - r) / (n-1) \end{aligned}$$

將上式代入式(16)，得申報均衡策略的污染變動  $\dot{s}^*$ ，為：

$$\dot{s}^* = \frac{1}{n-1} (\sum \pi_j - r) \quad (26)$$

式(26)與式(9)的變動方向完全相同，僅前者的速度為後者  $1/(n-1)$ ，只表示趨向 Pareto 最適的速度減緩而已。

Q.E.D.

**命題五：**自行申報的動態污染管制處方其瞬點賽局的 Nash 均衡策略仍滿足可行性。

**證明：**將式(25)及(26)代入式(17)，其右手邊的加總為：

$$\begin{aligned} & [ - (\sum \pi_j - r) / (n-1) ] [ (\sum \pi_j - r) / (n-1+r) ] \\ & + [ (\sum \pi_j - r) / (n-1) ]^2 = -r \dot{s}^* \end{aligned}$$

由式(6)知，污染的排放變動  $-r \dot{s}^*$ ，恰使國民生產變動  $\sum \dot{x}_i = \sum \dot{y}_i = \dot{y}$ ，故滿足可行性。

Q.E.D.

## 五、結 論

外部性與公共財是市場經濟無法解決的問題，為使經濟到達 Pareto 最適，政府須干與這兩類經濟活動，但政府的干與並不保證其會到達 Pareto 最適，除非政府知道每個人在這兩類經濟活動的邊際價值 (marginal valuation)，然而這除了仰賴每個人誠實申報外別無良策，但個人在利己心的誘使下，往往不誠實申報而冀求做個坐享其成者 (free-rider)。

七十年代的經濟學家在這方面作了許多研究，其中最成功的就是 Clarke-Groves 手法與MDP 動態處方。由於污染的排放兼具外部性及公共財的問題

，故宜用這兩種方法來討論污染的管制。Clarke-Groves 手法的優點是可以完全解決坐享其成者這一難題，但在個人合理性及可行性方面仍有可訾議之處，而MDP動態處方雖沒有這方面的缺點，但從瞬點賽局的分析，每個人都會低報其邊際價值，雖然這種低報並不影響其有效性，但卻會減緩其趨向 Pareto 最適的速度。

本文的主要貢獻在根據含公共財生產的MDP動態處方，發展出一個動態污染管制處方，這個處方除了可兼顧污染的雙重性質（外部性與公共財）外，仍保有MDP動態處方一切的優點；此外在本文中我們提出的處方雖然只包含一種污染物的排放，但其可輕易擴充為多種污染物的情形，而且這種擴充並不失卻理論的一般性。如同其他動態處方，本文並未討論  $\theta_i$  及  $\delta_i$  等分配係數應如何決定，但這可用合作賽局（cooperative game）及議價賽局（bargaining game）理論來解決，也可以視為政策工具加以應用。

關於動態污染管制處方裡的誘因問題，即個人會否誠實申報其邊際價值的問題，我們只以瞬點賽局來討論，若以全盤賽局（global game）來討論是否會得到同樣的結論，則須作進一步的討論。

## 參考資料

1. Buchanan, J.M. and Stubblebine, W.C. (1962), "Externality", *Economica*, 29, 371-84 (Nov).
2. Clarke, E.H. (1971), "Multipart pricing of public goods", *Public Choice*, 11, 17-33 (Fall).
3. Dréze, J. and Poussin, D. de la Vallée (1971), "A tatonnement process for public goods", *RES*, 38, 133-50.
4. Groves, T. (1973), "Incentives in teams", *Econometrica*, 41, 617-33 (July).
5. Hicks, J.R. (1939), "Foundations of welfare economics", *EJ*, 49, 692-712 (Dec).
6. Hicks, J. R (1941), "The rehabilitation of consumers' surplus", *RES*, 8, 108-16.
7. Kaldor, N. (1939), "Welfare propositions of economics and interpersonal comparisons of utility", *EJ*, 49, 549-52 (Sep).
8. Malinvaud, E. (1971), "A planning approach to the public goods problems", *Swedish J.E.*, 73, 96-112.
9. Ng, Y. K. (1980), *Welfare Economics*, New York: John Wiley and Sons.
10. Tideman, T.N. and Tullock, G. [1976], "A new and superior process for making social choices", *JPE*, 84, 1145-59 (Dec).
11. 周添城 (1981), "動態過程的設立與制度性分析", 台北市銀月刊, 第十二卷, 第十二期, 1 - 30。
12. 顏平原 (1985), "在生產公共財的MDP處方裡關於誘因問題的探討", 台北市銀月刊, 第十六卷, 第二期, 1 - 13。