外幣持有管制之解除與匯率之動態調整

陳昭南*　曹添旺*　劉順傑**

*中央研究院三民主義研究所研究員
**淡江大學銀行系副教授

由於鉅額貿易順差之持續不止以及外滙存底之不斷猛增，近一、兩年來輿論方面有相當強烈的呼籲，要求解除外滙管制，容許國人自由持有外幣。在國際金融理論的討論中，這種主張其實牽涉到所謂的貨幣持有多元化（diversified currency holdings）或通貨替代（currency substitution）的問題。本文利用通貨替代模型來探討外幣持有管制的解除對於貿易差額及滙率的變動究竟有何影響。

壹、模　型

設 x_1 與 x_2 分別代表第一種通貨（國幣）與第二種通貨（外幣）的實質餘額（real balances），二者結合起來生產貨幣性勞務，q：

$$q = f(x_1, x_2); \; f_1, f_2 > 0; \; f_{11}, f_{22} < 0 \tag{1}$$

把 Sidrauski（1967）的單一貨幣模型延伸爲兩種貨幣模型，並且仿效 Liviatan（1981）假設效用函數是可分離的（separable），則我們想極大化的效用積分可寫成：

$$\int_0^{\infty} [\, U(C) + f(x_1, x_2) \,]\, e^{-\delta t}\, dt, \tag{2}$$

式中C爲實質消費，δ 爲時間偏好率。設Y爲實質所得，S爲政府的移轉支出，g_1 與 g_2 分別爲 x_1 與 x_2 的貶值率，則預算限制式可寫成

$$\dot{x}_1 + \dot{x}_2 = Y + S - C - (g_1 x_1 + g_2 x_2), \tag{3}$$

由（2）、（3）兩式我們可以組成哈密爾頓式（Hamiltonian）：

$$H = \{ [\, U(C) + f(x_1, x_2) \,] + \lambda [\, Y + S - C - g_1 x_1 - g_2 x_2 - \dot{x}_1 - \dot{x}_2 \,] \}\, e^{-\delta t} \tag{4}$$

從(4)式我們可以導出一階條件如下：

$$U_c = \lambda \tag{5}$$

$$f_1 = \lambda(\delta + g_1) - \dot{\lambda} \tag{6}$$

$$f_2 = \lambda(\delta + g_2) - \dot{\lambda} \tag{7}$$

$$\dot{x}_1 + \dot{x}_2 = Y + S - C - g_1x_1 - g_2x_2 \text{。} \tag{8}$$

爲了得到比較明白的解，我們設定

$$U(C) = \ln C \tag{9}$$

$$f(x_1, x_2) = [\beta x_1^{-\rho} + (1-\beta)x_2^{-\rho}]^{-k/\rho} \tag{10}$$

式中，$k < 1$，$\rho > -1$。把(9)、(10)二式代入(5)－(7)三 四式並加以對數線型化，我們得到

$$\frac{-[\alpha\sigma + (1-\alpha)\varepsilon]}{\varepsilon\sigma} m_1 + \frac{(1-\alpha)(\varepsilon-\sigma)}{\varepsilon\sigma} m_2 = \frac{1}{\delta} g_1 + \frac{1}{\delta}\dot{c} - c - A \tag{11}$$

$$\frac{\alpha(\varepsilon-\sigma)}{\varepsilon\sigma} m_1 - \frac{[(1-\alpha)\sigma + \alpha\varepsilon]}{\varepsilon\sigma} m_2 = \frac{1}{\delta} g_2 + \frac{1}{\delta}\dot{c} - c - B \text{。} \tag{12}$$

式中，$\sigma = 1/(1+\rho) > 0$，$\varepsilon = 1/(1-k) > 1$，$\alpha = f_1x_1/(f_1x_1 + f_2x_2)$，$m_1 = \ln x_1$，$m_2 = \ln x_2$，$c = \ln C$，$A = \ln\beta + D$，$B = \ln(1-\beta) + D$，$D = \ln(\varepsilon-1) - \ln\varepsilon + [(\varepsilon-\sigma)/\varepsilon(\sigma-1)][\alpha\ln\beta + (1-\alpha)\ln(1-\beta)] - \ln\delta$，而字母上的逗點則代表對時間的微分。

由於我們的模型是單一貨品模型，應用在開放經濟時必須假設P.P.P. 始終成立，而貿易條件始終固定不變。如果我們再假設國外通貨膨脹率爲零，則 $g_2 = 0$，而 g_1 將同時代表以本國貨幣表示的物價上漲率與名目滙率的貶值率。就一個小型開放經濟來說，外幣存底的累積在居民僅持有國內外貨幣而外國不持有本國貨幣時，只有經由貿易的順差來達成，而在P.P.P. 的假設下，貿易順差又恒等於所得超過消費之餘額，所以

$$\dot{x}_2 = Y - C \tag{13}$$

假設政府的移轉支出S，係依照下式支付

$$S = \mu x_1 \tag{14}$$

式中，μ 係本國貨幣供給增加率，則結合（13）、（14）與（8）式，可得

$$\dot{x}_1 = (\mu - g_1) x_1, \tag{15}$$

亦即

$$\dot{m}_1 = \mu - g_1。 \tag{16}$$

另外，我們把（13）式以對數形式表示

$$\dot{m}_2 = h(y - c), \tag{17}$$

式中，$y = \ln Y$，而 $h = Y^0 / X_2^0$ 乃均衡的所得／外幣比率。為了分析方便，我們假設 $h = 1$。

經過以上的推演，現在我們可以把（11）、（12）、（16）和（17）式化為如下 c 、m_1 和 m_2 的微分方程體系：

$$\begin{bmatrix} \dot{c} \\ \dot{m}_1 \\ \dot{m}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta & \dfrac{\delta\alpha(\varepsilon-\sigma)}{\varepsilon\sigma} & \dfrac{-\delta[(1-\alpha)\sigma+\alpha\varepsilon]}{\varepsilon\sigma} \\ 0 & \dfrac{\delta}{\sigma} & -\dfrac{\delta}{\sigma} \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta B \\ \mu-\delta(A-B) \\ y \end{bmatrix}。 \tag{18}$$

上式的特性根方程式為

$$\lambda^3 - \left(\delta + \frac{\delta}{\sigma}\right)\lambda^2 + \frac{\delta[\varepsilon\delta - (1-\alpha)\sigma - \alpha\varepsilon]}{\varepsilon\sigma}\lambda + \frac{\delta^2}{\varepsilon\sigma} = 0, \tag{19}$$

有兩個根是正的，一個根是負的。設 λ_1 ，$\lambda_2 > 0$ ，而 $\lambda_3 < 0$ ，則此一體系的馬鞍路徑解（ saddle-path solution ）為

$$c(t) = -\lambda_3 \exp(\lambda_3 t)\left[m_{20} + \frac{B_1}{\lambda_1} + \frac{B_2}{\lambda_2} + \frac{B_3}{\lambda_3}\right] + \bar{c}, \tag{20}$$

$$m_1(t)=[\delta/(\delta-\sigma\lambda_3)]\exp(\lambda_3 t)\left[m_{20}+\frac{B_1}{\lambda_1}+\frac{B_2}{\lambda_2}+\frac{B_3}{\lambda_3}\right]+\bar{m}_1, \tag{21}$$

$$m_2(t)=\exp(\lambda_3 t)\left[m_{20}+\frac{B_1}{\lambda_1}+\frac{B_2}{\lambda_2}+\frac{B_3}{\lambda_3}\right]+\bar{m}_2, \tag{22}$$

式中，

$$\bar{c}=y, \tag{23}$$
$$\bar{m}_1=\varepsilon y-[(1-\alpha)\alpha+\alpha\varepsilon](\mu/\delta-A)+(1-\alpha)(\varepsilon-\sigma)B, \tag{24}$$
$$\bar{m}_2=\varepsilon y-\alpha(\varepsilon-\sigma)(\mu/\delta-A)+[\alpha\sigma+(1-\alpha)\varepsilon]B, \tag{25}$$

乃 c 、m_1 和 m_2 的均衡狀態值，而 m_{20} 則爲 m_2 的瞬間固定的起始值，至於 B_1 ，B_2 和 B_3 ，可以從下式求得，

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\lambda_1 & -\lambda_2 & -\lambda_3 \\ \delta/(\delta-\sigma\lambda_1) & \delta/(\delta-\sigma\lambda_2) & \delta/(\delta-\sigma\lambda_3) \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} \delta B \\ \mu-\delta(B-A) \\ y \end{bmatrix}。 \tag{26}$$

貳、解除管制的衝擊效果與動態調整

我們現在可以討論解除外幣持有管制的衝擊效果與動態調整過程。貨幣制度從單一貨幣轉變爲雙元貨幣，所以這問題牽涉到近年來時髦的「制度改變」(regime change)的問題。

假設管制解除以前，x_2 的數量由於政府的限制固定在一定的低水準，$m_2=0$ ($x_2=1$)。從 (11) 式我們可以推知，管制解除前 m_1 的均衡值，m_1' ，應爲

$$m_1'=\frac{\varepsilon\sigma}{\alpha\sigma+(1-\alpha)\varepsilon}\left[y-\left(\frac{\mu}{\sigma}-A\right)\right] \tag{27}$$

蓋此時$m_2=0$，$g_1=\mu$，$\dot{c}=0$，$c=y$。比較(24)式與(27)式，我們知道，

$$\bar{m}_1-m_1'=\frac{(1-\alpha)(\varepsilon-\alpha)\bar{m}_2}{\alpha\sigma+(1-\alpha)\varepsilon}\gtreqless 0\text{，視 }\varepsilon\gtreqless\sigma\text{ 而定，}\quad(28)$$

管制解除後，國幣的實質餘額究竟會增加或減少，端視國幣與外幣係互補品（$\varepsilon>\sigma$）或替代品（$\sigma>\varepsilon$）而定。

從(20)～(22)式我們可以知道，沿著馬鞍途徑，c和m_2的關係爲：

$$c(t)-\bar{c}=-\lambda_3[m_2(t)-\bar{m}_2],\quad(29)$$

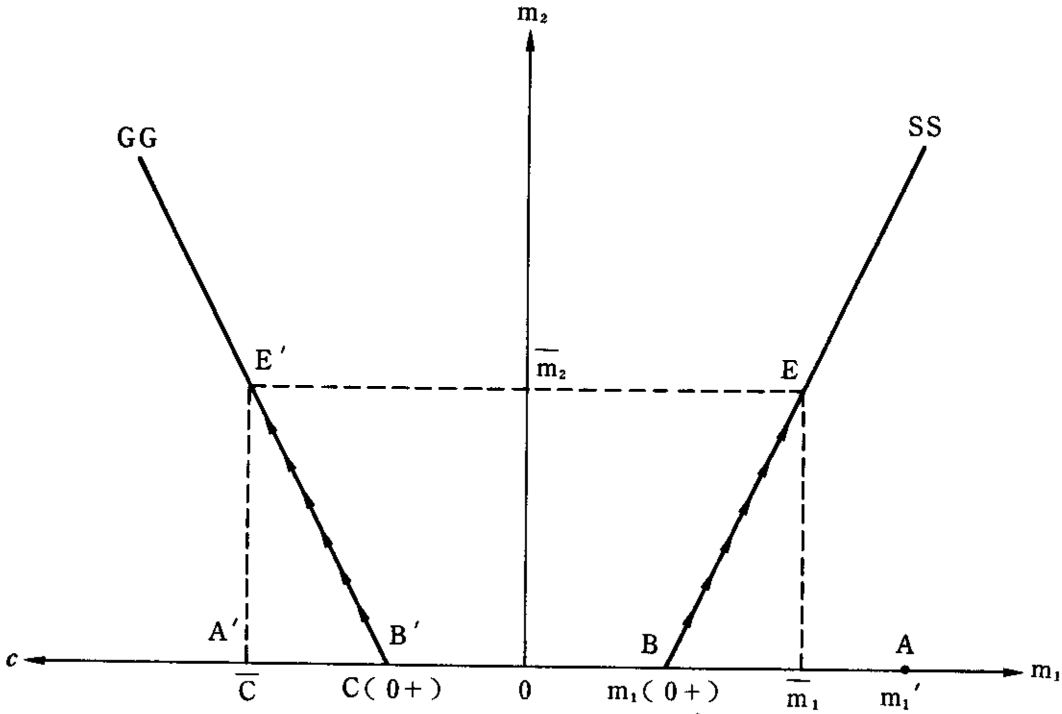
m_1和m_2的關係式爲：

$$m_1(t)-\bar{m}_1=\frac{\delta}{\delta-\sigma\lambda_3}[m_2(t)-\bar{m}_2]。\quad(30)$$

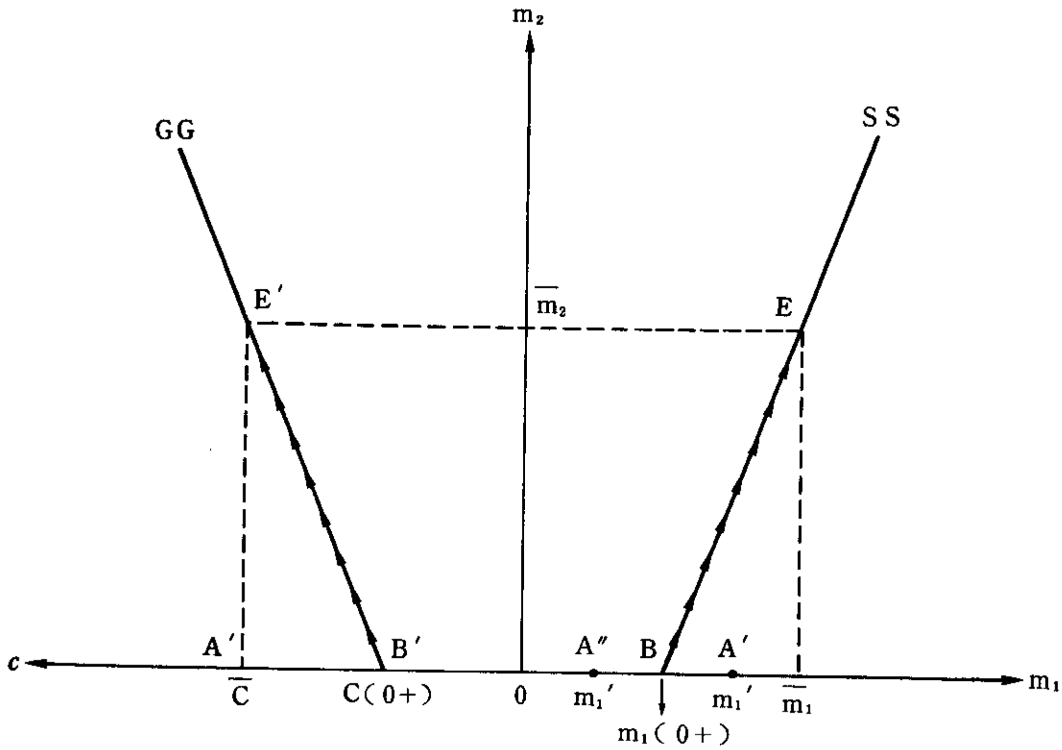
我們先討論兩種貨幣互爲替代的情況。在圖一的右象限，SS線代表m_1和m_2沿馬鞍行徑行走時的關係。線上的E點代表新制度下的m_1和m_2的均衡值之組合，前面已經提過，在兩種貨幣互爲替代的情況下$m_1'>\bar{m}_1$。所以管制解除前的起始均衡點A一定落在新均衡點E的右下方而且在m_1軸上。因此，從圖解我們就可以推斷：$m_1(0+)<\bar{m}_1<m_1'$。所以，一旦禁令解除，這個經濟必定從A點跳到B點，然後沿著SS線往右上方移到E點。既然m_1的瞬間降低超過新均衡值m_1的下降程度（m_1調整過度（ovorshoot）），則名目滙率（國內物價）的上漲也會超過均衡滙率的上漲程度（假設國內貨幣供給維持不變，即$\mu=0$）。沿著BE，m_1既然持續增加，而名目貨幣供給不變，則名目滙率（國內物價）必然持續下跌，一直到達到新的均衡水準爲止（比原有的水準高）。

在同一圖上的左象限，我們可以看到GG線代表m_2和c在馬鞍途徑上的關係。與右象限對應，一旦禁令解除，這個小型開放經濟從A′迅即跳到B′點上，然後再沿B′E′向左上方移動，一直到到達E′點爲止。換句話說，禁令解除後，國內支用先下降，然後再回升到原來的水準，也就是說，貿易收支先有大量順差，然後逐漸縮減，一直到收支恢復平衡爲止。這是因爲要增加外幣的持有，非透過貿易的順差來達成不可。

兩種貨幣爲互補的情況比較複雜。我們知道在互補的情況下，$\bar{m}_1>m_1'$，


m_2
GG
SS
E′
$\overline{m}_2$
E
A′
B′
B
A
c
m_1
$\overline{C}$
C(0+)
0
m_1(0+)
$\overline{m}_1$
m_1′

圖一


m_2
GG
SS
E′
$\overline{m}_2$
E
A′
B′
A″
B
A′
c
m_1
$\overline{C}$
C(0+)
0
m_1″
m_1′
$\overline{m}_1$
m_1(0+)

圖二

但我們不知道$m_1(0+) \gtrless m_1'$。我們必須比較SS的斜率，$(\delta-\lambda_3\sigma)/\delta$，和起始點與新均衡點之聯線的斜率，$[\alpha\sigma+(1-\alpha)\varepsilon]/(1-\alpha)(\varepsilon-\sigma)$，亦即$(\bar{m}_1-m_1')/\bar{m}_2$。從圖二我們可以知道，

$$m_1(0+) \lesseqgtr m_1' \quad \text{視} \ (\delta-\lambda_3\sigma)/\sigma \lesseqgtr [\alpha\sigma+(1-\alpha)\varepsilon]/(1-\alpha)(\varepsilon-\sigma)。 \tag{31}$$

我們可以證明，互補的程度越大，$m_1(0+)>m_1'$的可能性越大。如果互補程度大以致於$m_1(0+)>m_1'$，則m_1會調整不足（undershoot）。m_1先有一次的跳升（從A跳到B），然後繼續上升一直達到$\bar{m}_1$爲止（沿BE到達E）。此時，滙率先有一次的下降（升値），然後繼續下降一直到達到均衡水準（比原有的水準低）爲止。如果互補程度不是很大以致於$m_1(0+)<m_1'$，則m_1會反向調整（misadjust）。m_1先有一次的下降（從A″跳到B），然後一直回升到$\bar{m}_1$爲止（沿BE 到達E）。此時，滙率先有一次的跳升（貶値），然後繼續回降，一直到達到均衡水準爲止。至於支用的變化，亦卽貿易收支的變化，與替代的情況並無不同，因爲m_2的累積非靠支用的減少亦卽貿易的順差達成不可。

叁、結　論

本文利用極端簡化的P.P.P.模型探討外幣持有管制的解除可能產生的影響。就貿易收支而言，管制一旦解除，貿易收支將有大量順差，然後順差逐漸縮減，一直到恢復原先的平衡爲止。我們得到貨幣在長期爲中立的結論，是因爲我們假設國外的通貨膨脹率爲零。在附錄中我們將討論國內外通貨膨脹率皆爲正數的情況。至於滙率的變動，則因兩種貨幣究竟互爲替代或補充而有所不同。兩種貨幣若互爲替代，則滙率起先大幅度上升（貶値），然後逐漸回降，但停留在比原先水準高的新水準上。兩種貨幣若互爲補充，則有兩種不同的動態調整過程，若互補程度高，則滙率先下降（升値）一個幅度，然後繼續下降到比原先水準還低的新均衡水準爲止。若互補程度較低，則滙率不降反升，然後逐漸回降到新的均衡水準。

本文的結果理當有些政策含義，但我們不擬在此說出來，因爲我們的模型包含許多強烈的假設，應用於實際問題時還得多方考慮才行。

參考文獻

1. Liviatan, N. (1981), "Monetary expansion and real exchange rate dynamics." Journal of Political Economy, Vol. 89, (December), pp. 1218-1227.
2. Sidrauski, M. (1967), "Rational choice and patterns of growth in a monetary economy." American Economic Review, Vol. 57, (May), pp. 534-544.

附錄：貨幣變動的長短期效果

一、國外通貨膨脹率爲零的狀況

我們首先沿用正文的假設，令國外通貨膨脹率，g_2，等於零；再據以分析本國變更貨幣成長率對貿易差額及滙率的變動有何影響。

就式(23)～(25)分別對 μ 微分，可得

$$\frac{d\bar{c}}{d\mu}=0 \tag{A-1}$$

$$\frac{d\bar{m}_1}{d\mu}=-[(1-\alpha)\sigma+\alpha\varepsilon]/\delta<0 \tag{A-2}$$

$$\frac{d\bar{m}_2}{d\mu}=-\alpha(\varepsilon-\sigma)/\delta \gtreqless 0, \tag{A-3}$$

由上述結果可知，就長期而言貨幣的中立性仍成立，本國貨幣成長率提高，對貿易收支沒有影響，而本國實質貨幣存量會下降；至於對外幣存量的影響要看兩貨幣間係代替品或互補品而定；若兩貨幣間具代替性質（此時 $\sigma>\varepsilon$），則 μ 上升將使 $\bar{m}_2$ 增加；反之，若兩貨幣間具互補性質（此時 $\varepsilon>\sigma$），則 μ 上升將使 $\bar{m}_2$ 減少。

儘管此狀況下貨幣具有長期中立性的性質，但在短期間仍有影響實質變數的現象，我們可由(29)和(30)兩式得知：

$$\frac{dc(0+)}{d\mu}=\lambda_3\frac{d\bar{m}_2}{d\mu}\gtreqless 0 \tag{A-4}$$

$$\frac{dm_1(0+)}{d\mu}=-\frac{\sigma\delta-\sigma\lambda_3[(1-\alpha)\sigma+\alpha\varepsilon]}{\delta(\delta-\sigma\lambda_3)}<0。 \tag{A-5}$$

由（A-3）與（A-5）兩式可求得

$$\frac{dm_1(0+)}{d\mu}-\frac{d\bar{m}_1}{d\mu}=\frac{\alpha(\varepsilon-\sigma)}{\delta-\sigma\lambda_3}\gtreqless 0, \tag{A-6}$$

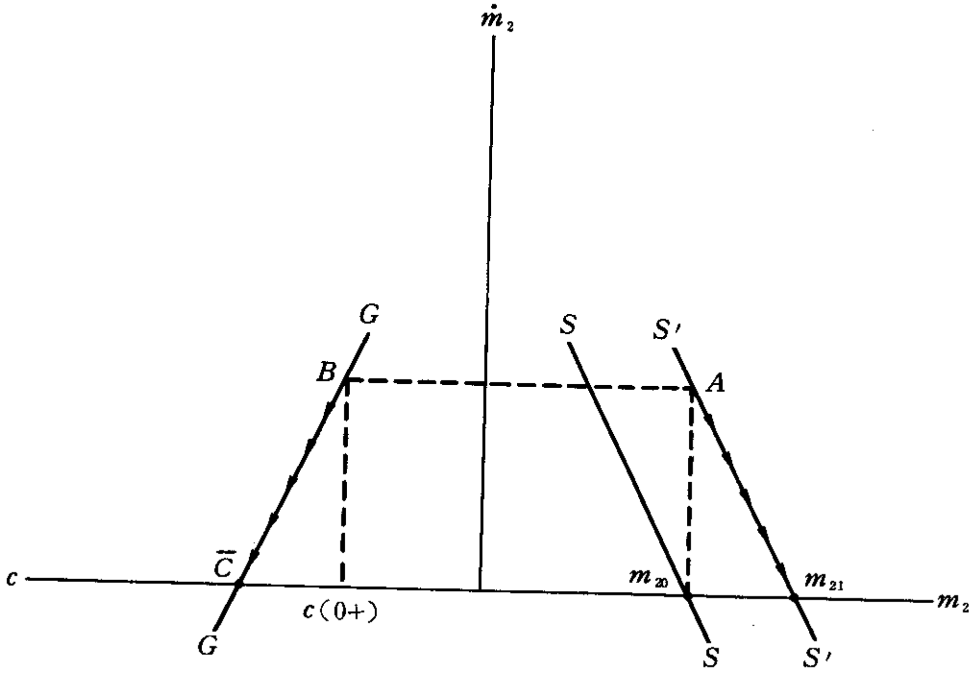
再由(22)和(29)兩式可求得

$$\dot{m}_2 = \lambda_3 (m_2 - \bar{m}_2) \quad \text{(A-7)}$$
$$\dot{m}_2 = - (c - \bar{c})。 \quad \text{(A-8)}$$

我們可利用圖形分析上述結果，假定本國貨幣供給成長率原先爲μ_0，而政府突然增加貨幣成長率爲μ_1，則依兩貨幣間的關係，我們可分狀況探討：

1. 兩貨幣間係代替關係

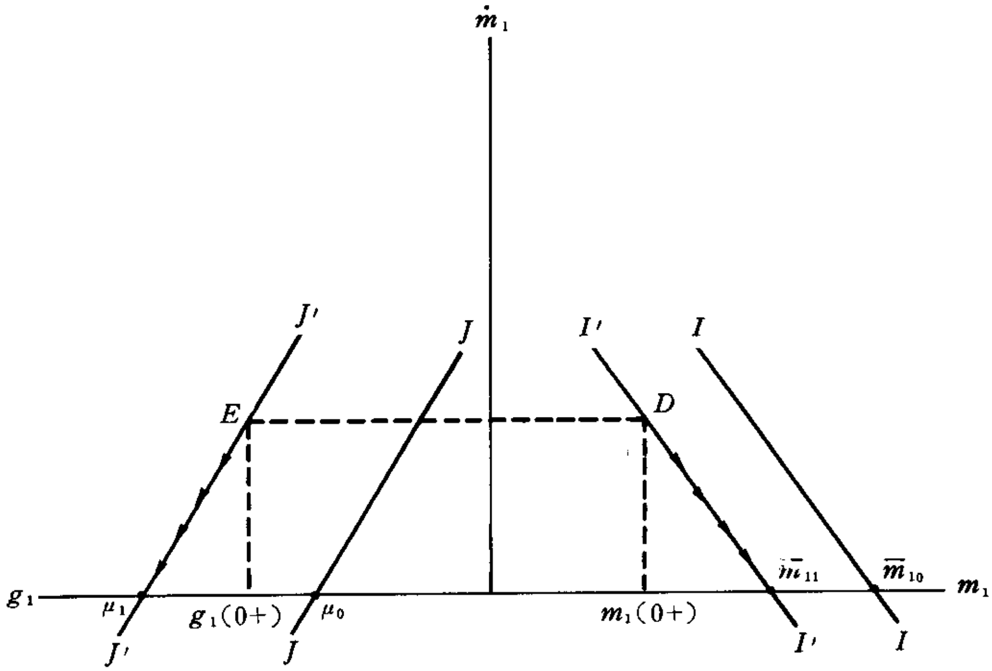
在圖三的右象限，SS線代表在μ_0下$\dot{m}_2$和m_2沿馬鞍路徑行走時的關係，而$S'S'$線代表在μ_1下$\dot{m}_2$和m_2沿馬鞍路徑行走時的關係；$\bar{m}_{20}$和$\bar{m}_{21}$分別代表在μ_0和μ_1下的長期均衡點，則由前述分析可知，當本國貨幣成長率增加的瞬間，m_2仍維持固定，則此經濟必定從$\bar{m}_{20}$點跳到A點，然後沿著$S'S'$線往右下方移到$\bar{m}_{21}$點。



圖三

在同一圖的左象限，GG線代表$\dot{m}_2$和c沿馬鞍路徑行走時的關係，由於$\bar{c}$不受μ值變動的影響，當本國貨幣成長率增加的瞬間，c值立刻由$\bar{c}$跳至B點，再沿GG線向左下方移到$\bar{c}$點；換言之，在兩貨幣間係代替的狀況下，爲了累積保有國外貨幣，必須透過支出減少（貿易順差）的效果才能達成目的。

有關m_1和g_1的調整過程，我們可藉由圖四來說明。在圖四的右象限，II

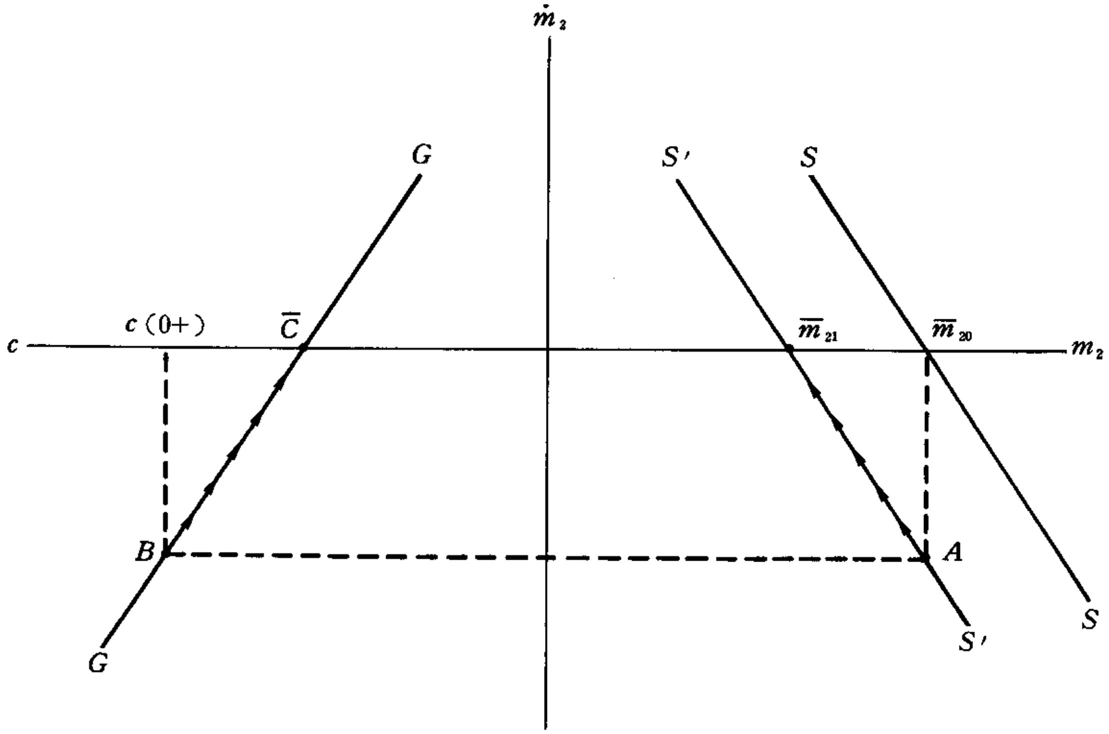


圖四

線代表在μ_1下$\dot{m}_1$和m_1沿馬鞍路徑行走時的關係（此關係可經由式(21)得知），$I'I'$線代表在μ_1下$\dot{m}_1$和m_1沿馬鞍路徑行走時的關係；$\bar{m}_{10}$和$\bar{m}_{11}$分別代表在μ_0和μ_1下的長期均衡點，則由前述分析可知，在代替的狀況下，μ值上升之瞬間，m_1減少的數值比$\bar{m}_1$減少的幅度大（亦即$dm_1(0+)/d\mu - d\bar{m}_1/d\mu < 0$），因而此經濟立刻由$\bar{m}_{10}$點跳至$D$點，再沿著$I'I'$線向右下方移至$\bar{m}_{11}$點，亦即發生所謂的調整過度（overshoot）的現象。

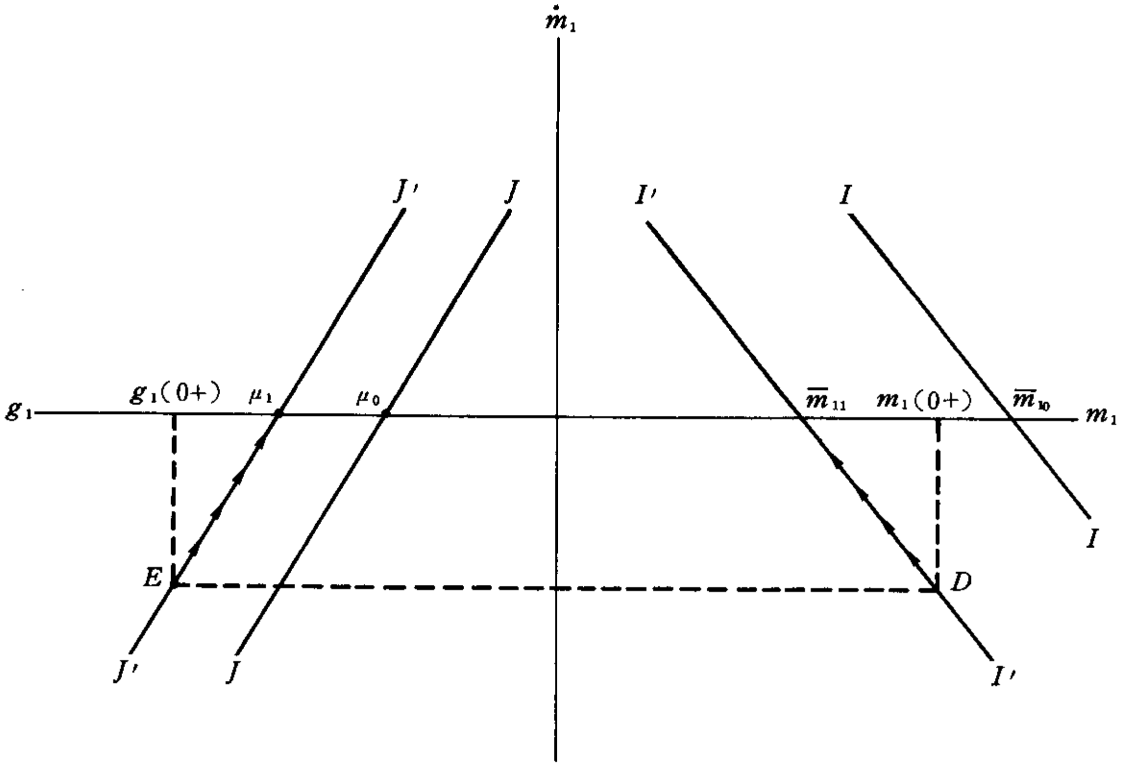
在圖四的左象限，JJ線代表在μ_0下$\dot{m}_1$和g_1沿馬鞍路徑行走時的關係（此關係可經由式(16)得知），$J'J'$線代表在μ_1下$\dot{m}_1$和g_1沿馬鞍路徑行走時的關係；μ_0和μ_1點分別代表在μ_0和μ_1下g_1的長期均衡點；在本國貨幣成長率增加的瞬間，本國通貨膨脹率立刻由μ_0點跳至E點，然後沿$J'J'$線向左下方移至μ_1點，亦即本國通貨膨脹率會先增加一部份再繼續增加，因而發生所謂調整不足的現象（此結果可由式(16)和式(A-6)得知$\dfrac{dg_1(0+)}{d\mu} - 1 = \dfrac{-\sigma\lambda_3}{\delta-\sigma\lambda_3}\left[\dfrac{dm_1(0+)}{d\mu} - \dfrac{d\bar{m}_1}{d\mu}\right] < 0$）。

2. 兩貨幣間係互補關係



ṁ₂
G
S′
S
c
c (0+)
C̄
m̄₂₁
m̄₂₀
m₂
B
A
G
S′
S

圖五



ṁ₁
J′
J
I′
I
g₁
g₁ (0+)
μ₁
μ₀
m̄₁₁
m₁ (0+)
m̄₁₀
m₁
E
D
J′
J
I′
I

圖六

在圖五的右象限，符號的意義和圖三相同。此時在本國貨幣成長率增加的瞬間，m_2 仍維持在 $\overline{m}_{20}$ 點，因而 $\dot{m}_2$ 則跳至 A 點，再沿 $S'S'$ 線向左上方移至 $\overline{m}_{21}$ 點。

圖五左象限之符號亦和圖三相同。此時 μ 值提高之瞬間會使 c 值立即增加，使經濟體系由 $\overline{c}$ 跳至 B 點，然後再沿 GG 線向右上方移至 $\overline{c}$ 點；換言之，必須透過支出的增加（貿易逆差）來達成減少外國實質貨幣存量的目的。

圖六符號的意義亦和圖四相同。在右象限中，本國貨幣成長率提高的瞬間，m_1 立刻減至 $m_1(0+)$（仍大於 $\overline{m}_{11}$），亦即此經濟立刻由 $\overline{m}_{10}$ 點跳至 D 點，然後再沿 $I'I'$ 線向左上方移至 $\overline{m}_{11}$ 點，此時發生所謂調整不足的現象。

在同一圖的左象限，我們得知 μ 值增加的瞬間，本國通貨膨脹率立刻由 μ_0 增至 $g_1(0+)$（大於 μ_1），再減回 μ_1；亦即此經濟立刻由 μ_0 點跳至 E 點，然後再沿 $J'J'$ 線向右上方移至 μ_1 點，發生所謂調整過度的現象。

二、國外通貨膨脹爲正數的狀況

以上的分析，係限定外國貨幣（物價）的變動率（g_2）爲零而得到的結論；此限制性的假定，使流量的均衡消弭於無形，本國消費在長期均衡裏始終固定不變，因而得到貨幣長期中立性的現象。接下來，我們將放棄此一簡化假定，而令國外通貨膨脹率爲正，藉以分析本國貨幣政策以及國外通貨膨脹變動的效果。

沿用正本的符號，但令國外通貨膨脹率，g_2，存在，同時令原先的國外通貨膨脹率爲 g_{20}，此時重新整理式(11)～(17)可得

$$\begin{bmatrix} \dot{c} \\ \dot{m}_1 \\ \dot{m}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta & \dfrac{\delta\alpha(\varepsilon-\sigma)}{\varepsilon\sigma} & \dfrac{-\delta[(1-\alpha)\sigma+\alpha\varepsilon]}{\varepsilon\sigma} \\ o & \dfrac{\delta}{\sigma} & -\dfrac{\delta}{\sigma} \\ -b & o & -g_{20} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta B-g_2 \\ \mu-g_2-\delta(A-B) \\ K-g_2 \end{bmatrix} \tag{A-9}$$

式中，$b=C_0/X_{20}$（C_0 和 X_{20} 分別代表展開點之本國消費量和本國保有之外國實質貨幣存量），K 爲展開時的某些常數和。上式的特性根方程式爲

$$\lambda_3-\left(\delta+\frac{\delta}{\sigma}-g_{20}\right)\lambda^2+\left[\frac{\delta^2}{\sigma}-g_{20}\left(\delta+\frac{\delta}{\sigma}\right)-\right.$$

$$\left.b\,\frac{\delta\alpha(\varepsilon-\sigma)+\delta\sigma}{\varepsilon\sigma}\right]\lambda+\frac{g_{20}\delta^2}{\sigma}+\frac{b\delta^2}{\varepsilon\sigma}=0, \qquad \text{(A-10)}$$

有兩個根是正的，一個根是負的。同樣的，設$\lambda_1>0$，$\lambda_2>0$，而$\lambda_3<0$，則此一體系的馬鞍路徑解爲

$$c(t)=-\frac{g_{20}+\lambda_3}{b}\exp(\lambda_3 t)\left[m_{20}+\frac{B_1}{\lambda_1}+\frac{B_2}{\lambda_2}+\frac{B_3}{\lambda_3}\right]+\bar{c} \qquad \text{(A-11)}$$

$$m_1(t)=\frac{\delta}{\delta-\sigma\lambda_3}\exp(\lambda_3 t)\left[m_{20}+\frac{B_1}{\lambda_1}+\frac{B_2}{\lambda_2}+\frac{B_3}{\lambda_3}\right]+\bar{m}_1 \qquad \text{(A-12)}$$

$$m_2(t)=\exp(\lambda_3 t)\left[m_{20}+\frac{B_1}{\lambda_1}+\frac{B_2}{\lambda_2}+\frac{B_3}{\lambda_3}\right]+\bar{m}_2, \qquad \text{(A-13)}$$

式中 $$\bar{c}=-\frac{\delta-g_{20}[(1-\alpha)\varepsilon+\alpha\sigma]}{\delta(g_{20}\varepsilon+b)}g_2+\frac{g_{20}\alpha(\varepsilon-\sigma)}{\delta(g_{20}\varepsilon+b)}\mu+$$

$$\frac{K-g_{20}B\varepsilon-g_{20}\alpha(A-B)(\varepsilon-\sigma)}{g_{20}\varepsilon+b} \qquad \text{(A-14)}$$

$$\bar{m}_1=-\frac{b(1-\alpha)(\varepsilon-\sigma)+\delta\varepsilon-g_{20}\varepsilon\sigma}{\delta(g_{20}\varepsilon+b)}g_2-\frac{g_{20}\varepsilon\sigma+b[(1-\alpha)\sigma+\alpha\varepsilon]}{\delta(g_{20}\varepsilon+b)}\mu$$

$$+\frac{g_{20}\varepsilon\sigma(A-B)+bB\varepsilon+K\varepsilon+b(A-B)[(1-\alpha)\sigma+\alpha\varepsilon]}{g_{20}\varepsilon+b} \qquad \text{(A-15)}$$

$$\bar{m}_2=-\frac{\delta\varepsilon+b[\alpha\sigma+(1-\alpha)\varepsilon]}{\delta(g_{20}\varepsilon+b)}g_2-\frac{b\alpha(\varepsilon-\sigma)}{\varepsilon(g_{20}\varepsilon+b)}\mu$$

$$+\frac{K\varepsilon+b\alpha(A-B)(\varepsilon-\sigma)+bB\varepsilon}{g_{20}\varepsilon+b}, \qquad \text{(A-16)}$$

乃在g_2存在下，c、m_1、和m_2的均衡狀態值；而m_{20}則爲m_2的瞬間固定的起始值，至於B_1、B_2、和B_3可以從下式求得，

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ \\ B_2 \\ \\ B_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{g_{20}+\lambda_1}{b} & -\dfrac{g_{20}+\lambda_2}{b} & -\dfrac{g_{20}+\lambda_3}{b} \\ \dfrac{\delta}{\delta-\sigma\lambda_1} & \dfrac{\delta}{\delta-\sigma\lambda_2} & \dfrac{\delta}{\delta-\sigma\lambda_3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta B - g_2 \\ \mu - g_2 - \delta(A-B) \\ K - g_2 \end{bmatrix}, \tag{A-17}$$

同時，由式（A-10）可知

$$\lambda_3 + g_{20} < 0 \text{ 。} \tag{A-18}$$

接下來，我們將分別探討本國貨幣政策（ μ 值變動 ）和外國通貨膨脹率，g_2 ，變動對本國經濟體系的影響。

1. 本國貨幣成長率變動的影響

由式（A-11）～（A-18）可得下述結果：

$$\frac{d\bar{c}}{d\mu} = \frac{g_{20}\alpha(\varepsilon-\sigma)}{\delta(g_{20}\varepsilon+b)} \gtreqless 0 \tag{A-19}$$

$$\frac{d\bar{m}_1}{d\mu} = \frac{g_{20}\varepsilon\sigma + b[(1-\alpha)\sigma+\alpha\varepsilon]}{\delta[g_{20}\varepsilon+b]} < 0 \tag{A-20}$$

$$\frac{d\bar{m}_2}{d\mu} = \frac{b\alpha(\sigma-\varepsilon)}{\delta[g_{20}\varepsilon+b]} \gtreqless 0, \tag{A-21}$$

上述結果不如前述 g_2 等於零的狀況簡潔，原因在於 g_2 大於零時，μ 的變動會引起 $g_2 m_2$ 的變化，從而引起 $\bar{c}$ 的變動，進而引起兩種貨幣需求第二回合的變化。我們知道 $d\bar{m}_1/d\mu$ 可以分解為

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{m}_1}{d\mu} &= \left.\frac{d\bar{m}_1}{d\mu}\right|_{d\bar{c}=0} + \frac{\alpha\bar{m}_1}{\alpha c}\cdot\frac{d\bar{c}}{d\mu} \\ &= \left.\frac{d\bar{m}_1}{d\mu}\right|_{d\bar{c}=0} + \varepsilon\cdot\frac{d\bar{c}}{d\mu}, \end{aligned}$$

據此，我們可以推求

$$\left.\frac{d\bar{m}_1}{d\mu}\right|_{d\bar{c}=0}=-\frac{g_{20}\varepsilon\sigma+b[(1-\alpha)\sigma+\alpha\varepsilon]}{\delta[g_{20}\varepsilon+b]}-\varepsilon\cdot\frac{g_{20}\alpha(\varepsilon-\sigma)}{\delta[g_{20}\varepsilon+b]}$$

$$=\frac{(1-\alpha)\sigma+\alpha\varepsilon}{\delta}\text{。}$$

即爲式（A-2）所示；同理亦可說明 $d\bar{m}_2/d\mu$ 與 $d\bar{m}_2/d\mu|_{d\bar{c}=0}$ 之間的關係。

再由式（A-11）～（A-21）可推得

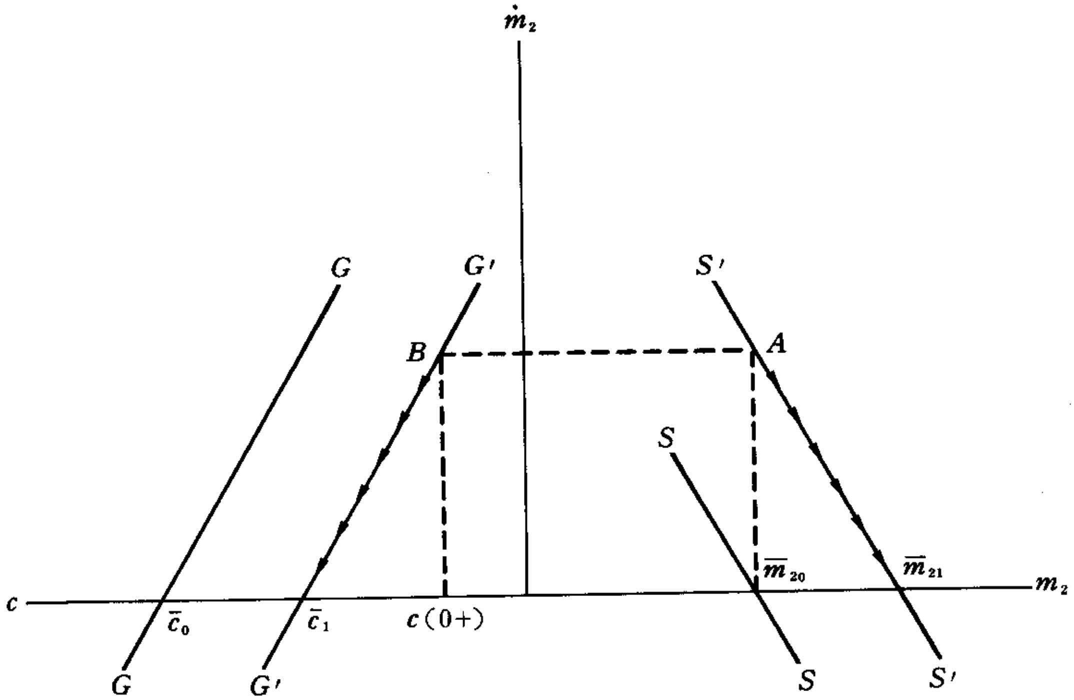
$$\frac{dc(0+)}{d\mu}=\frac{\lambda_3}{b}\frac{d\bar{m}_2}{d\mu}\gtreqless 0 \tag{A-22}$$

$$\frac{dm_1(0+)}{d\mu}=-\frac{g_{20}\varepsilon\sigma+b(1-\alpha)\sigma+\dfrac{b\alpha[\delta\sigma-\varepsilon\sigma\lambda_3]}{\delta-\sigma\lambda_3}}{\delta(g_{20}\varepsilon+b)}<0 \tag{A-23}$$

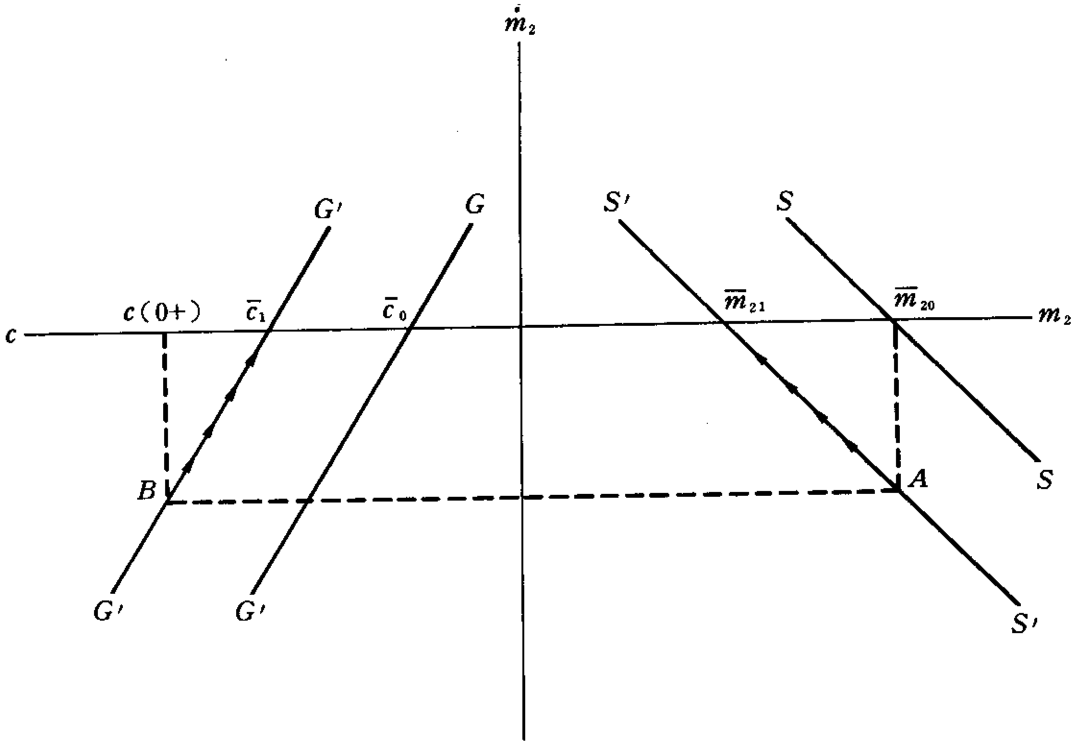
$$\frac{dm_1(0+)}{d\mu}-\frac{d\bar{m}_1}{d\mu}=\frac{b\alpha(\varepsilon-\sigma)}{(g_{20}\varepsilon+b)(\delta-\sigma\lambda_3)}\gtreqless 0\text{。} \tag{A-24}$$

與 g_2 等於零的結果比較，我們發現在 g_2 大於零的狀況下，$\dot{m}_1$、m_1、和 g_1 間的動態調整過程，除了程度上略有不同外，其餘結果皆相同，故我們不再詳細分析，而將重點放在 $\dot{m}_2$、m_2、和 c 間的動態調整過程。此處與 g_2 等於零最大不同點在於此時貨幣中立性不再成立，μ 值增加在長期下亦會影響本國實質變數（除非兩貨幣無關，$\varepsilon=\sigma$），我們亦可利用圖解方式說明短期調整過程。

首先我們探討兩貨幣間係代替的關係，在圖七的右象限，符號的意義仍和圖三一樣，此時 $\dot{m}_2$ 和 m_2 間的調整狀況亦維持；在同一圖的左象限就和圖三有很大的區別，GG 係代表在 μ_0（原先的貨幣成長率）下 $\dot{m}_2$ 和 c 沿馬鞍路徑行走時的關係，$G'G'$ 線代表在 μ_1（$>\mu_0$）下 $\dot{m}_2$ 和 c 沿馬鞍路徑行走時的關係，$\bar{c}_0$ 和 $\bar{c}_1$ 分別代表在 μ_0 和 μ_1 下的長期均衡消費量，由於 $\sigma>\varepsilon$，因而當 μ 上升時，我們要保有的實質外幣存量會增加，因而在長期下，要繳給外國的通貨膨脹稅就增加，因此必須透過貿易順差的擴大方能達成目標，所以在長期均衡下，本國支出必須減少。由圖七的左象限圖可知，當本國貨幣成長率增加的瞬間，此經濟立刻由 $\bar{c}_0$ 跳至 B 點，然後沿 $G'G'$ 線向左下方移至 $\bar{c}_1$ 點，亦即在


$\dot{m}_2$
G
G′
S′
B
A
S
$\overline{m}_{20}$
$\overline{m}_{21}$
c
m_2
$\bar{c}_0$
$\bar{c}_1$
c(0+)
G
G′
S
S′

圖七


$\dot{m}_2$
G′
G
S′
S
c(0+)
$\bar{c}_1$
$\bar{c}_0$
$\overline{m}_{21}$
$\overline{m}_{20}$
c
m_2
B
A
S
G′
G′
S′

圖八

短期間我們必須進一步擴大貿易順差才能達成累積外幣保有的目的。

我們可利用圖八來說明兩貨幣係互補的狀況，其右象限的符號及調整過程皆與圖五相同，此處亦省略說明；在該圖左象限中，GG 線和 $G'G'$ 線亦分別代表在 μ_0 和 μ_1 下 $\dot{m}_2$ 和 c 沿馬鞍路徑行走時的關係，$\bar{c}_0$ 和 $\bar{c}_1$ 亦分別代表在 μ_0 和 μ_1 下的長期均衡消費量，由於 $\varepsilon > \sigma$，當 μ 增加時，我們會減少外幣持有，因而長期均衡消費量會增加，所以長期貿易順差值則可以減少些；就短期而言，在本國貨幣成長率提高的瞬間，經濟體系會由 $\bar{c}_0$ 跳至 B 點，然後再沿 $G'G'$ 線向右上方移至 $\bar{c}_1$ 點，亦即在短期間我們必須進一步再減少貿易順差方能達成減少外幣的目的。

2. 外國通貨膨脹率變動的影響

由式（A-11）～（A-18）可得

$$\frac{d\bar{m}_2}{dg_2} = -\frac{\delta\varepsilon + b[\alpha\sigma + (1-\alpha)\varepsilon]}{\delta[g_{20}\varepsilon + b]}$$

$$= \frac{d\bar{m}_2}{dg_2}\bigg|_{\frac{d\bar{c}}{dg_2}=0} + \frac{\alpha\bar{m}_2}{\alpha\bar{c}}\frac{d\bar{c}}{dg_2} < 0 \tag{A-25}$$

$$\frac{d\bar{c}}{dg_2} = \frac{1}{b}[\theta_{22} - 1] \gtreqless 0 \tag{A-26}$$

$$\frac{d\bar{m}_1}{dg_2} = -\frac{b(1-\alpha)(\varepsilon-\sigma) + \delta\varepsilon - g_{20}\varepsilon\sigma}{\delta(g_{20}\varepsilon + b)}$$

$$= \frac{d\bar{m}_1}{dg_2}\bigg|_{\frac{dc}{dg_2}=0} + \frac{\alpha\bar{m}_1}{\alpha\bar{c}}\frac{d\bar{c}}{dg_2} \gtreqless 0 \tag{A-27}$$

$$\frac{dc(0+)}{dg_2} = -\frac{1}{b}\left[\frac{g_{20} + \lambda_3\theta_{22}}{g_{20}}\right] \gtreqless 0 \tag{A-28}$$

$$\frac{dm_1(0+)}{dg_2} = \frac{1}{g_{20}}\left[\frac{g_{20}\sigma}{\delta} + \frac{\sigma\lambda_3}{\delta - \sigma\lambda_3}\theta_{22}\right] \gtreqless 0 \tag{A-29}$$

$$\frac{dc(0+)}{dg_2} - \frac{d\bar{c}}{dg_2} = -\frac{1}{b}\frac{g_{20} + \lambda_3}{g_{20}} > 0 \tag{A-30}$$

$$\frac{dm_1(0+)}{dg_2} - \frac{d\bar{m}_1}{dg_2} = \frac{\delta}{g_{20}(\delta - \sigma\lambda_3)}\theta_{22} > 0, \tag{A-31}$$

式中，

$$\theta_{22} \equiv - g_{20} \frac{d\overline{m}_2}{dg_2} > 0 ,$$

代表本國對外幣之需求價格（指 g_2 ）彈性；

$$\frac{\partial \overline{m}_i}{\partial \overline{c}} = \varepsilon \ , \ i = 1 , 2 ;$$

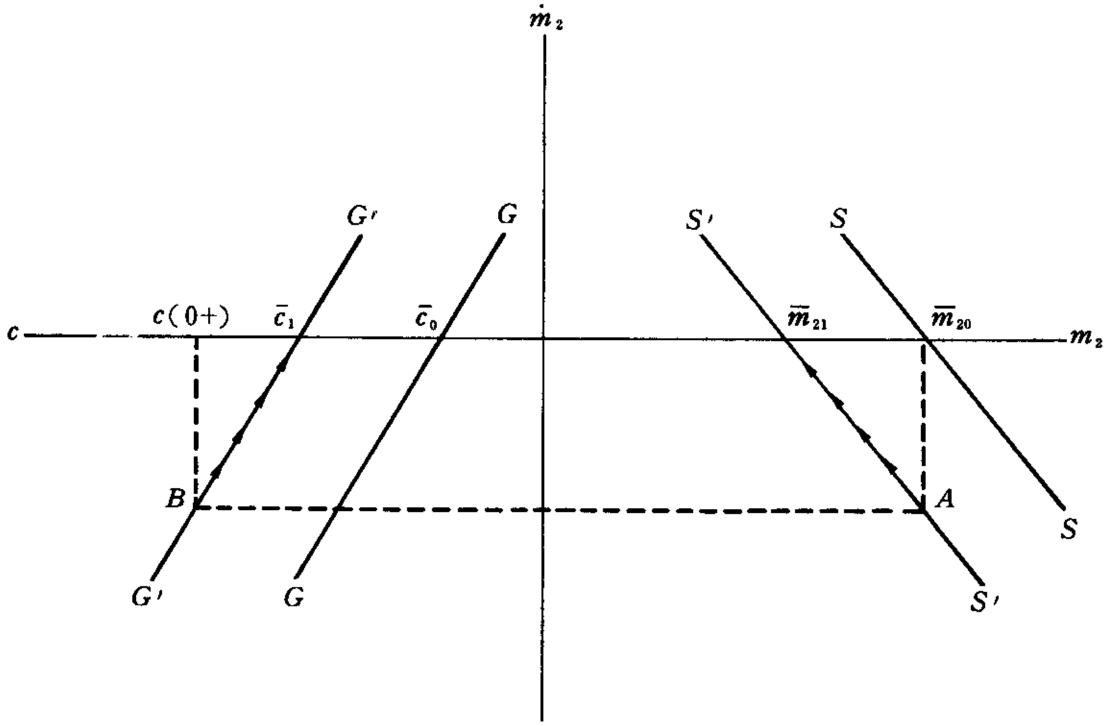
$$\left.\frac{d\overline{m}_2}{dg_2}\right|_{\frac{d\overline{c}}{dg_2}=0} = -\frac{\alpha\sigma + (1-\alpha)\varepsilon}{\delta} < 0$$

$$\left.\frac{d\overline{m}_1}{dg_2}\right|_{\frac{d\overline{c}}{dg_2}=0} = \frac{(1-\alpha)(\sigma-\varepsilon)}{\delta} \gtreqless 0 。$$

國外通貨膨脹率增加對本國長期消費量的影響要看 θ_{22} 值而定，如果彈性大於一，則 g_2 上升，本國在長期下必須付給外國的通貨膨脹稅就減少，因而 $\overline{c}$ 值上升，本國貿易順差就可減少些；反之，若彈性小於一，則本國貿易順差就必須增加，方能增加必須付給外國的通貨膨脹稅。至於 g_2 上升對 $\overline{m}_1$ 的影響，除了看兩貨幣間的代替或互補關係外，還必須看 $\overline{c}$ 值變動對兩貨幣需求的影響。我們亦可用圖形來分析短期調整過程，此處我們僅各取一狀況來分析，至於其它情形我們很容易由上列數式中得知，不再贅述。

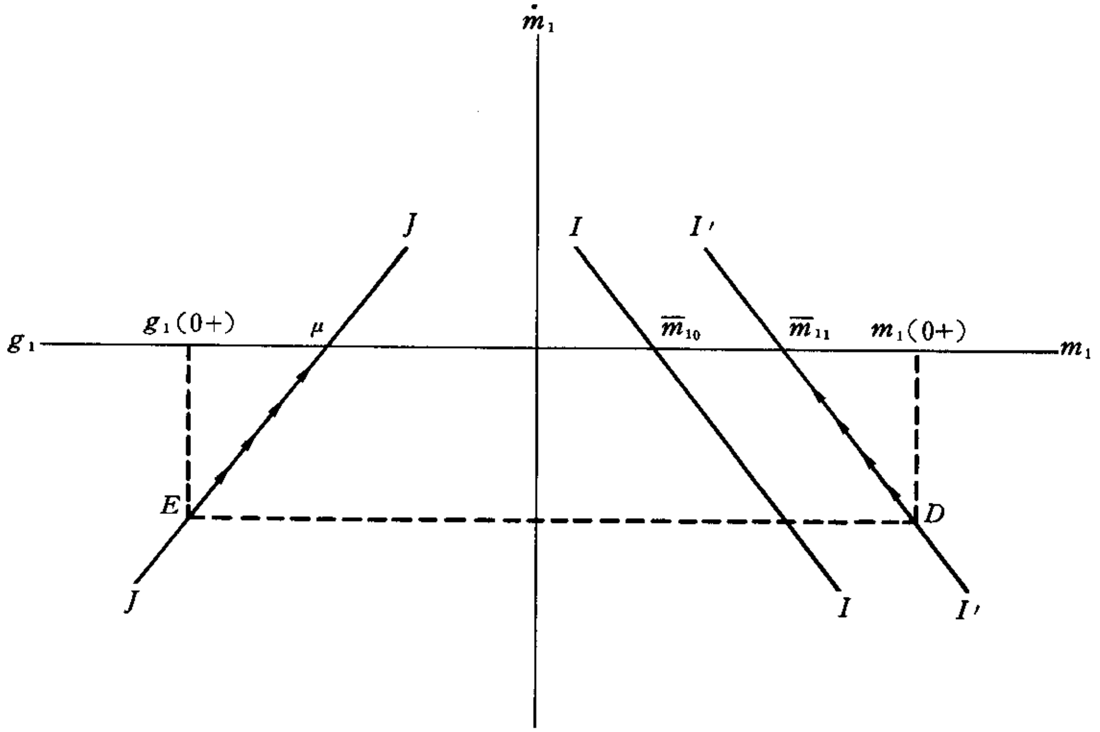
首先我們可討論 g_2 變動時，$\dot{m}_2$ 、m_2 、和 c 之間的調整過程，假定國外通貨膨脹率原先在 g_{20} ，而突然上升成 g_{21} ，令 $d\overline{c}/dg_2 > 0$（ 即 $\theta_{22} > 1$ ），則圖九的右象限中，SS 線和 $S'S'$ 線分別代表在 g_{20} 和 g_{21} 下 $\dot{m}_2$ 和 m_2 沿馬鞍路徑行走的調整過程；$\overline{m}_{20}$ 和 $\overline{m}_{21}$ 則分別代表在 g_{20} 和 g_{21} 下的長期均衡點，則 g_2 上升之瞬間，因 m_2 值暫時是固定的，因而經濟體表立刻由 $\overline{m}_{20}$ 點跳至 A 點，然後再沿 $S'S'$ 線向左上方移至 $\overline{m}_{21}$ 點。在同一圖的左象限，GG 線和 $G'G'$ 線分別代表在 g_{20} 和 g_{21} 下 $\dot{m}_2$ 和 c 沿馬鞍路徑行走的調整過程，$\overline{c}_0$ 和 $\overline{c}_1$ 分別代表在 g_{20} 和 g_{21} 下的長期均衡點，由於在長期下我們要減少付給外國通貨膨脹稅，因而在短期下我們要更加減少付給國外通貨膨脹稅，因而在 g_2 上升值，c 值會增加得比長期均衡值多，因此經濟體系會由 $\overline{c}_0$ 點跳至 B 點，然後再沿 $G'G'$ 線向右上方移至 $\overline{c}_1$ 點。

接下來我們將分析 g_2 變動時，$\dot{m}_1$ 、m_1 、和 g_1 之間的調整過程，令 $d\overline{m}_1/dg_2 > 0$ ；在圖十的右象限中，II 線和 $I'I'$ 線分別代表在 g_{20} 和 g_{21} 下 m_1



$\dot{m}_2$
G'
G
S'
S
c
$c(0+)$
$\bar{c}_1$
$\bar{c}_0$
$\overline{m}_{21}$
$\overline{m}_{20}$
m_2
B
A
S
G'
G
S'

圖九



$\dot{m}_1$
J
I
I'
g_1
$g_1(0+)$
μ
$\overline{m}_{10}$
$\overline{m}_{11}$
$m_1(0+)$
m_1
E
D
J
I
I'

圖十

和 m_1 沿馬鞍路徑行走的調整過程；$\overline{m}_{10}$ 和 $\overline{m}_{11}$ 分別代表在 g_{20} 和 g_{21} 下的長期均衡點，由式（A-31）知當 g_2 上升之瞬間，此經濟立刻由 $\overline{m}_{10}$ 點跳至 D 點，然後再沿 $I'I'$ 線向左上方移至 $\overline{m}_{11}$ 點。在同一圖的左象限，JJ 線代表 $\dot{m}_1$ 和 g_1 沿馬鞍路徑行走的調整過程，此線不會因 g_2 變動而移動，同樣地當 g_2 上升時，此經濟會立刻由 μ 點跳至 E 點，然後再沿 JJ 線向右上方移回 μ 點。

評　論

吳中書先生：

主席、各位女士、各位先生好，很榮幸今天能夠在這裏評陳教授、麥教授、劉教授的長篇文章，我們知道陳昭南教授在通貨替代理論中可以說是泰斗，而且有著很大的貢獻，尤其是陳教授和麥教授更發表了不少有名的論文，幾乎所有想探討通貨替代者，沒有不研討的，劉教授也是這方面的青年才俊，而我對這種分析實在是一竅不通，要我來這裏審他們的文章，實在是班門弄斧，但是既然來了，只好勉爲其難的做這些評述。

本文的內容和主要的目的是利用通貨替代的模型來探討外幣持有管制的解除對於貿易差額和滙率變動的影響。文中的模型是將 Sidrauski 在 1967 年的單一貨幣模型延伸的二種貨幣模型，並且採用 Liviatan 1981 所假設效用函數可以分離，而人們是追求效用極大的方法來加以分析。全文分析嚴謹扼要，使人們對於通貨替代模型分析外幣持有管制解除的影響有著更深入的了解。本文對於作者推導模型的能力與耐心深感欽佩，然對文中內容尚有幾點疑問還請賜教。

首先指出文章內容中可能存在的打字錯誤：第 1 頁第 11行 Sidrauxi 的 xi 改成 ki，第 2 頁第 6 行中的“(5)－(8)四”應改爲“(5)－(7)三”，第 3 頁的第 1 行“μx”應改爲“μx_1”，同頁中間第 12 行開始matrix中的“$-\delta$〔(1－α)α……〕”其 α 應改爲 σ，第 13 頁倒數第 2 行 X_0 應改爲 X_{20}。

其次就文章內有關數學推導過程的一些建議：

1. 在解 Hamitonian function 時，通常我們要滿足 second order conition 時，必須要對這個 Ufunction 的特性再加以說明一下。
2. 在第(17)式中，h 的獲得，雖然經由簡單推導就可以知道期初的所得就是等於消費，但是我想列出來也許會比較清楚一點。

3. 在解微分方程體系的特性根時，在三階的情況下，只是列出特性方程式，並不足以確定特性根一組爲正，另一爲負，通常需要這三個根的和及積來判斷，若作者能夠列出特性根的和爲 $\delta+\delta/\sigma>0$ ，而積爲負的 $\delta^2/\varepsilon\sigma$ 小於 0 ，讀者就可以瞭解爲什麼二個根是正的，一個根是負的。此外在附錄中的（A-9）式，就沒有辦法直接看出來爲什麼這三個根的和一定要大於 0 ，因爲 g_{20} 的值並沒有限制它的範圍，而 g_{20} 之前爲負號。所以若是能加以說明，也許就會比較清楚。

4. 有關這種相類似的模型推導，如(11)～(12)式的推導，我相信作者們一定花了很多心血，能不能將它們放在附錄中，使讀者便於學習與驗證。

最後，對於文章的模型和內容，我想提出幾點個人的疑問和觀點。

1. 本模型假設政府能夠給私人部門固定的實質移轉支出，所以我們知道這是一個 perfect foresight 的模型，perfect foresight 模型既然是一種決定性的模型，而政府的實質移轉支出又是針對第一種貨幣來支出的話，這裏就產生了一個疑問，即人們爲什麼願意持有第二種貨幣？因爲這是決定性的模型。其次，有一個問題是，當考慮到外滙管制解除前，人們不持有外滙，所以國內只有一種通貨存在，這時政府的移轉支付，也就是說政府印鈔票只能造成價格比例的上升，沒有辦法造成實質移轉的支出，也就是說，在本模型中 μ 是等於 0 ，如果我這種推論是正確的話，即(28)式就需要略做修改。

2. 從(28)式可以看出來 $\bar{m}_1$ 和 m_1' 的關係除了受 σ 和 ε 的影響以外，還受 $\bar{m}_2$ 的影響，但從(24)式我們很難看出 $\bar{m}_2$ 是正的還是負的，作者顯然是假設 $\bar{m}_2$ 爲正的，但這種假設就使文章中有關這個管制解嚴後對貿易差額影響的結論令人不感興趣，因爲由外滙存底接近於 0 或者不持有外滙存底的經濟環境，轉變爲擁有正的外滙存底的體系，由模型的結果自然必須有貿易順差的存在；此外均衡時的貿易順差必爲 0 ，貿易順差必會隨著時間縮小，而趨近於 0 ，所以不需要模型繁複的推衍也可以得到同樣的結論。因此，文中若能討論外滙由政府持有轉變爲民間持有所將造成的影響，相信結論將更加有趣。

3. 由文中數學和圖形，我們可以知道貿易差額和滙率應有的調整方式，圖形固然不錯，但我們想知道其背後的經濟意義，爲什麼外滙管制一解除，經濟體系就會帶來順差，是什麼因素促使人們持有外滙的意願提高；以及若

本國貨幣和外國貨幣具有互補性，則名目滙率一開始會超過均衡滙率，然後再持續下跌。關於這些問題，我們想瞭解其背後的經濟意義和經濟基礎。

4. 劉教授也提到本文沒有考慮到資本流動。我個人認爲利率差額和資本對滙率的影響很重要。我們知道在通貨替代的模型中，我們若根據資產組合的理論，資產間的相對報酬率和風險的大小，對於資產間持有的比例是個決定性的因素，而利率差額更是影響報酬率的重要因素。此外在國際金融的文獻中，我們知道利率的差額對滙率變動的影響也很重要。故此通貨替代模型中，若能考慮利率與資本流動等因素，相信結論必更能反映實際現象。

作者答覆

首先我們要回答 λ 值的正負問題，事實上在寫這篇文章時，我們想寫一篇不需加註解的文章，所以儘量把很容易得知的運算過程省略；旣然大家對此λ值的問題很感興趣，我們可以將運算過程列出供大家參考；在本問題中根本不需要額外加條件才能得知結果，祇需運用根與係數的關係卽可。

令式（A-10）的三根分別爲 λ_1、λ_2 和 λ_3，則

$$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=\delta+\frac{\delta}{\sigma}-g_{20} \tag{1}$$

$$\lambda_1\lambda_2+\lambda_2\lambda_3+\lambda_3\lambda_1=\frac{\delta^2}{\sigma}-g_{20}\left(\delta+\frac{\delta}{\sigma}\right)-b\;\frac{\delta\alpha(\varepsilon-\sigma)+\delta\sigma}{\varepsilon\sigma} \tag{2}$$

$$\lambda_1\lambda_2\lambda_3=-\left(\frac{g_{20}\delta^2}{\sigma}+\frac{b\delta^2}{\varepsilon\sigma}\right)<0 \tag{3}$$

由式(3)知三根的狀況爲三負或二正一負，因此若

$$\delta+\frac{\delta}{\sigma}>g_{20}$$

則由式(1)知三根的狀況爲二正一負。但是如果

$$\delta+\frac{\delta}{\sigma}<g_{20}$$

則由式(2)知，

$$\lambda_1\lambda_2+\lambda_2\lambda_3+\lambda_3\lambda_1=\frac{\delta^2}{\sigma}-g_{20}\left(\delta+\frac{\delta}{\sigma}\right)-b\,\frac{\delta\alpha(\varepsilon-\sigma)+\delta\sigma}{\varepsilon\sigma}$$

$$<\frac{\delta^2}{\sigma}-\left(\delta+\frac{\delta}{\sigma}\right)^2-b\,\frac{\delta\alpha(\varepsilon-\sigma)+\delta\sigma}{\varepsilon\sigma}$$

$$=\frac{\delta^2}{\sigma}-\left(\delta^2+2\,\frac{\delta^2}{\sigma}+\frac{\delta^2}{\sigma^2}\right)-b\,\frac{\delta\alpha(\varepsilon-\sigma)+\delta\sigma}{\varepsilon\sigma}$$

$$=-\left(\delta^2+\frac{\delta^2}{\sigma}+\frac{\delta^2}{\sigma^2}\right)-b\,\frac{\delta\alpha(\varepsilon-\sigma)+\delta\sigma}{\varepsilon\sigma}<0$$

因此，不可能三根皆爲負值；故知式（A-10）的三根性質爲二正一負。

其次是有關模型不穩定來源的問題，事實上在式(18)中，m_1本身的意義是本國發行之實質貨幣數量，基本上已把本國物價的因素隱含在內了，因此在運算過程中我們暫時把 g_1 的問題留待整個體系的解算出後再分析。

至於兩種通貨的問題，事實上人們是否要保有兩種通貨與是否爲決定性的模型無關，純粹可從來自於鈔票的使用便利性就會發生兩種貨幣的使用，會帶給人們更高效用的結果。

在模型的解釋上我們曾令 $\mu=0$，然而此並非一定要令 $\mu=0$才可以；即使 $\mu\neq 0$，式(28)亦不需做任何修正；事實上$\overline{m}_2$從理論上分析是可以爲負值，然而這種現象太不合邏輯，故我們在分析過程中令$\overline{m}_2$爲正值來解釋各種現象。

如果想把資本的問題引進本模型，的確是一個很好的構想，不過此問題和本篇文章的主題無關，尚待進一步研究方能知道結果。

至於式(13)我們認爲不應該放在消費者的預算限制式來討論的，因爲該式乃總體上的國際收支的定義式，一消費者做決策時怎能把國際收支定義式充當自己的預算限制條件從事分析呢？至於是否線性調整的問題，事實上要看調整過程是採用什麼形態來表現而定，如果我們把各變數利用時間路徑（time path）來表示的話，將可發現非線性的調整過程，而本文是利用馬鞍路徑的方式表現，故呈現線性的狀況。