台灣社會現象的分析，伊慶春、朱瑞玲主編
中央研究院三民主義研究所叢刊(25)，頁363－407
78年6月，台灣，台北

投票制度的評估指標與台灣現行投票制度分析

黃武雄 *

本文以臺灣地區實施的各種投票制度爲基礎，抽象爲數學結構，設定四種評估指標：

傳眞指標	Index of Fidelity
公平指標	Index of Fair Competition
代表性指標	Index of Representativity
守秘指標	Index of Confidence

逐一評估問卷、單記、連記、累記及順位等投票辦法。證明在單一當選名額的情況下，問卷投票法爲最佳(optimal)，也證明在成員爲獨立個體(簡記 IIF， Ideal Independents Formation)時，問卷投票法的優越，而指出在派系運作下，連記法的缺失，當連記票數K大於一臨界連記數

* 台灣大學數學系教授

$$K_0 = \frac{\lambda(m+1)}{N - m} \qquad \text{（符號意義見[叁]節）}$$

時多數派可以完全獨佔所有當選席位，公平指標偏低。又當 K 滿足時，Pj 派系可以偵知該派系成員的投票行爲，而予以操縱，使守秘性指標降低，這些工作的數學語言在[壹]、[貳]兩節中表述，而其結果則在叁中一一取得證明。在叁文末並列表對各投票辦法的優劣作一比較，唯表中部份優劣順序須引入概率論（Probability Theory），視投票人的意願係數（Preference Coefficients）爲隨機變數，賦以常態機率分佈方得完全證明，這些未在本文討論。

在[肆]節中，我們用一般語言代替數學語言闡述前數節的主要結果，將這些結果引申到當前臺灣各院會團體的選舉現實中，我們探討了一些具體問題，如議案表決，南韓大選，保障少數問題，學術團體的理想選舉，監委選舉，農會選舉及十三大國民黨中央委員選舉的分析，作出了一些結論。

壹、Ballot Function（投票函數）

設

$$A \equiv \{\text{alternatives} \quad a_1, \ldots, a_\nu\}$$

爲候選人（或議案）集合，而

$$V \equiv \{\text{voters} \quad v^1, \ldots, v^N\}$$

爲投票人（選舉人）集合。今假定每一位投票人對個別候選人都有不

同程度的喜惡 (preference)，例如以問卷調查方式，調查第 i 位投票人 v^i 對第 α 位候選人 a_α 的觀感如下：

你支持或反對候選人 a_α 擔任本項選舉所競選的職位？

極反對	相當反對	有點反對	無意見或不支持也不反對	有點支持	相當支持	極支持
□	□	□	□	□	□	□
1	2	3	4	5	6	7

所有回答依序給予 1, 2, 3, 4, 5, 6 或 7 分，是為 f^i_α ，稱為意願係數 (preference coefficients)。因此我們有矩陣

$$F = [f^i_\alpha]$$

$$i = 1, 2, ..., N$$

$$\alpha = 1, 2, ..., \nu$$

稱之為 preference matrix (或 preference distribution)。為了數學處理的方便，我們不限定 f^i_α 只取 {1, 2, ...7} 的值，而讓 f^i_α 按比例擠縮在[－1, 1]區間，換句話說，我們定義 preference matrix(意願矩陣) 如下：

定義 1:

$$F = [f^i_\alpha] = \begin{bmatrix} f^1_1 & f^1_2 & \cdots & f^1_\nu \\ f^2_1 & f^2_2 & \cdots & f^2_\nu \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f^N_1 & f^N_2 & \cdots & f^N_\nu \end{bmatrix}$$

其中 f^i_α 為介於－1與1的實數。當 $f^i_\alpha = 0$，表不喜不惡。

另一方面，集合 A 上的所謂 partial order(偏序)指的是 A 中某些 pairs 間的次序關係。換句話說，設

$$R \subset A \times A \equiv \{(a, a') \mid a \in A, a' \in A\}$$

為子集合，而 $(a, a') \in R$ 時，則記 $a \leq a'$。並要求R滿足

(1) $a \leq a', a' \leq a \Leftrightarrow a \equiv a'$

(2) $a \leq b, b \leq c \Rightarrow a \leq c.$

這裡 $a \equiv a'$ 表示 a 與 a′事實上是 A 中的同一元素。

定義 2: 給定投票人 v^i, A 上的 i-th preference order R^i(或記成 $\overset{i}{\leq}$)以下列方式界定

$$a_\alpha \overset{i}{\leq} a_\beta \Leftrightarrow f^i_\alpha < f^i_\beta \quad \text{或} \quad a_\alpha = a_\beta.$$

稱 R^i 為 i-th preference order relative to the preference matrix F.偶

特記成 R_F^i。

設 preference matrix F 或相應的 preference of order R_F 已經給定，不同的投票制度仍會造成不同的投票結果，我們將逐步定義投票制度如下:

定義 3: 投票函數 (ballot function) u 爲對每一 preference matrix F 分別取值成另一 matrix $U = \{u_\alpha^i\}$ 的函數：

$$u: F \longrightarrow U,$$

滿足：

$$\text{(i)} \quad f_\alpha^i \geq f_\beta^i \Rightarrow u_\alpha^i \geq u_\beta^i ,$$

$$\text{(ii)} \quad f_\alpha^i = 0 \Rightarrow u_\alpha^i = 0.$$

今將數種常見的投票辦法依上述的數學表述 (mathematical formulation)，定義如下：

(1)問卷投票法 (questionaire ballot) u_Q：設

$$u_Q(F) = [u_\alpha^i]$$

則

$$u_\alpha^i = f_\alpha^i , \ \forall \alpha, \ i.$$

(2)單記投票法 (mono-valued ballot) u_M：設

$$u_M(F) = [u_\alpha^i]$$

則

$$u_{\alpha}^{i} = \begin{cases} 1, \text{當 } \alpha = \overline{\alpha} \\ \\ 0, \text{當 } \alpha \neq \overline{\alpha} \end{cases}$$

其中 $a_{\overline{\alpha}}$ 爲 A 在偏序 R^i 下的 “一個” 最大元素 (maximal element)。

(3)<u>連記投票法</u> (plural-valued ballot) u_p：給定自然數 K，設

$$u_p(F) = [u_{\alpha}^{i}]$$

則

$$u_{\alpha}^{i} = \begin{cases} 1, & a_{\alpha} = \hat{A}_{K}^{i} \\ \\ 0, & a_{\alpha} \notin \hat{A}_{K}^{i} \end{cases}$$

其中 $\hat{A}_{K}^{i}$ 爲 A 在偏序 R^i 下 “一個” 最多含有 K 個元素的最大子集 (maximal subset)，亦即

$$\text{(i)} \quad \forall a_{\alpha} \in \hat{A}_{K}^{i}, \quad f_{\alpha}^{i} \geq f_{\beta}^{i}, \quad \forall a_{\beta} \notin \hat{A}_{K}^{i}$$

$$\text{(ii)} \quad \#(\hat{A}_{K}^{i}) \leq K, \quad \#(\cdot) \text{ 表集合的4數 cardinal number}$$

(4)<u>累記投票法</u> (value-weighted ballot) u_w：給定自然數 ν，設

$$f_{\alpha}^{i+} = \max\{f_{\alpha}^{i}, 0\},$$

(一般對一函數 f，設 $f^{+} = \max\{f, 0\}$，表示只取 f 值爲正的部

份，其餘皆取零值）。又設

$$u_w(F) = [u^i_\alpha]$$

則

$$u^i_\alpha = \nu \cdot \frac{f^{i+}_\alpha}{\sum_\beta f^{i+}_\beta}$$

注意經過這樣正規化 (normalized) 之後

$$\sum_\alpha u^i_\alpha = \sum_\alpha \frac{\nu \cdot f^{i+}_\alpha}{\sum_\beta f^{i+}_\beta} = \nu, \quad \forall i = 1, 2, \ldots, N.$$

這表示每個投票人所投的總票數（或總票值）相等。我們也可將累記投票法理解爲修正後的連記法，修正的條件是：可將數票重複投給某一候選人。

(5)<u>順位投票法</u>：(order ballot) u_0：設 K 爲給定的自然數，

$$u_0(F) = [u^i_\alpha]$$

給定 i，我們依 f^i_α 的大小，將 $\overset{i}{\leq}$ 修改爲 strict linear order。當 $f^i_\alpha = f^i_\beta$ 時由 v^i "另行選定" 其大小關係，設此 strict linear order 記爲 $\overset{i}{<}$，則定義

$$n_\alpha^i \equiv K - \#\{a_\beta | \ a_\alpha \overset{i}{<} a_\beta\}$$

$$u_\alpha^i = \max\{n_\alpha^i, 0\}$$

定義 4:
一個選擇函數 (choice function) π of λ elects 便是

$$\pi\colon (A, V, F) \longrightarrow A^\epsilon = \pi(A)$$

其中 $A^\epsilon \subset A$, A^ϵ的個數爲 λ, 且 A^ϵ 爲一個 partial order set，它所附加的 partial order 記爲 $\overset{\epsilon}{\leq}$。今給定投票函數 u, 設選擇函數 π 滿足

$$\text{(i)} \quad a_\alpha \notin \pi(A),\ a_\beta \in \pi(A) \Rightarrow \sum_i u_\alpha^i \leq \sum_i u_\beta^i ,$$

及

$$\text{(ii)} \quad a_\alpha,\ a_\beta \in \pi(A),\ \text{且}\ a_\alpha \overset{\epsilon}{\leq} a_\beta \Rightarrow \sum_i u_\alpha^i \leq \sum_i u_\beta^i$$

時，稱 π 由 ballot function u 決定 (π is determined by u) 此時記成:

$$\pi = \pi_u .$$

定義 5: 一個投票制度或簡稱投票制 (voting system) $E \equiv (\mu, \pi_u)$ 即爲

$$E: (A, V, F) \longrightarrow A^{\epsilon}$$

的函數，其中

$$A^{\epsilon} = \pi_u(A, V, F)$$

注說 1: A^{ϵ} 中的 partial order $\overset{\epsilon}{\leq}$ ，在實際選務中舉例而言，相應於：(i) 最高票當選人任會長與 (ii) 設候補兩名等的規定下所排成的偏序 (partial order)。例如應選出五人在上述兩條規定下，加候補兩名得：$\lambda = 7$ 目

$$A^{\epsilon} = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

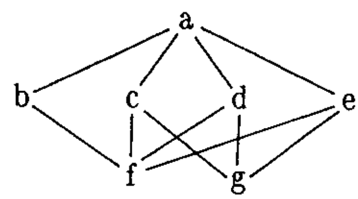
其中各元素依得票數高低排列，那麼(i)(ii)所定出來的偏序爲

$$a \overset{\epsilon}{\geq} b,\ a \overset{\epsilon}{\geq} c,\ a \overset{\epsilon}{\geq} d,\ a \overset{\epsilon}{\geq} e,\ a \overset{\epsilon}{\geq} f,\ a \overset{\epsilon}{\geq} g$$

又

$$a, b, c, d, e \quad 皆 \quad \overset{\epsilon}{\geq} f, g.$$

即 a 爲會長， f, g 爲候補兩人。除上述兩式之外原來得票高低的順序皆消於無形，以偏序圖表示，得：



貳、評估指標

每一種投票制，都有它的利弊。爲了更精密地評估投票制的優劣，我們定義下列四種指標

(1)傳眞指標　Index of Fidelity

(2)公平指標　Index of Fair Competition

(3)代表性指標　Index of Representativity

(4)守秘指標　Index of Confidence or Detectability

給定集合 A 上兩個 partial orders $\overset{\sigma}{\leq}$, $\overset{\tau}{\leq}$. 我們來定義它們之間的相關係數 (correlation): 對 a_α, $a_\beta \in A$，取

$$\sigma_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1; & a_\alpha \overset{\sigma}{>} a_\beta \\ -1; & a_\alpha \overset{\sigma}{<} a_\beta \\ 0; & a_\alpha \text{ 與 } a_\beta \text{ 非 related, 或 } a_\alpha \equiv a_\beta . \end{cases}$$

同法定義$\tau_{\alpha\beta}$。圖示如下：

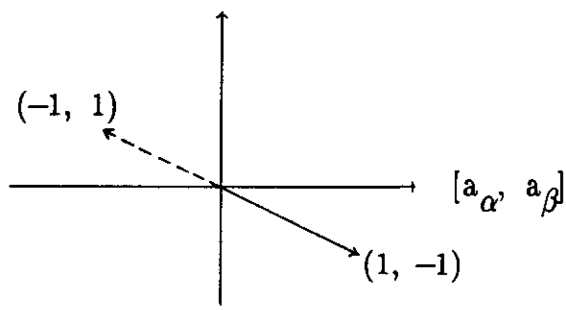
以 A × A 爲生成元素 (generator)，張拓出一向量空間$\mathcal{V}$。換句話說，$\{[a_\alpha, a_\beta] \mid a_\alpha, a_\beta \in A\}$爲$\mathcal{V}$的基底 (basis)，那麼$\sigma$與$\tau$可分別看成$\mathcal{V}$中的向量：

$$\sigma = \sum_{\alpha,\beta} \sigma_{\alpha\beta}[a_\alpha, a_\beta] \quad \text{(formal sum)}$$

設（ α, β ）一平面表 $\mathcal{V}$ 中一個二維子空間，其兩生成元爲

$$[a_\alpha,\ a_\beta] \quad 與 \quad [a_\beta,\ a_\alpha]$$

則當 $a_\alpha \overset{\sigma}{>} a_\beta$ 時，在（ α, β ）一平面上的分向量爲



中的向量 (1, −1)，而 $a_\alpha \overset{\sigma}{<} a_\beta$ 時，則爲 (−1, 1)，今定義 σ 與 τ 的相關係數爲

$$\mathrm{Cor}(\sigma,\ \tau) = \frac{\sum'_{\alpha,\beta} \sigma_{\alpha\beta}\tau_{\alpha\beta}}{\sqrt{\sum'_{\alpha,\beta} \sigma^2_{\alpha\beta}} \cdot \sqrt{\sum'_{\alpha,\beta} \tau^2_{\alpha\beta}}}$$

這裡 $\sum'_{\alpha,\beta}$ 的取和範圍只限於：$R_\sigma \cap R_\tau$ 即只計算對 σ 與對 τ 皆 related 的 pairs，而 Cor(σ, τ) 則表示相應兩向量 σ' 與 τ' 間夾角的餘弦。

(1)傳眞指標 I_{FD}:

給定

$$E = (u, \pi_u)$$

及

$$(A, V, F)$$

考慮 A 上的兩個偏序 $\overset{F}{\leq}$ 與 $\overset{\epsilon}{\leq}$ ，後者原來只定義於 A^{ϵ} 上，今將它拓廣於整個 A 上，方式爲：增加下列的的次序關係：

$$\forall a_\gamma \notin A^{\epsilon}\ ,\ a_\gamma \overset{\epsilon}{\leq} a_\alpha\ ,\quad \forall a_\alpha \in A^{\epsilon}.$$

定義 6　我們定義傳眞指標爲

$$I_{FD}(E) = \mathrm{Cor}(\overset{F}{\leq}, \overset{\epsilon}{\leq}).$$

傳眞指標旨在描述：選舉結果如何眞實反映投票人心中喜好各候選人的程度？

(2)公平指標 I_{FC}:

設 A 與 V 中已有 h 個派系，定義派別函數 (party function)

$$p: A \cup V \longrightarrow P = \{p_0, p_1, \ldots, p_h\},$$

取相同 p 値者屬同一派系，設各派系定義爲：

$$\sigma_{\alpha\beta} = \begin{cases} A_j = p^{-1}(p_j) \cap A \\ V_j = p^{-1}(p_j) \cap V ; \qquad j = 0, 1, \ldots, h. \\ A_j^{\epsilon} = p^{-1}(p_j) \cap A^{\epsilon} \end{cases}$$

實務上,取 p_0 值的 voter 或 alternative，指的是有完全獨立意志的人，叫 <u>independent</u>(獨立人)，另外必要時我們也可以放寬 p 為多值函數 (mulitiple valued function)，此時一人可分屬不同派系。

今假定 F 與 p 相容 (coherent)，亦即

$$v^i \in V_j \Rightarrow \sum_{a_\alpha \in A_j} f_\alpha^i > \sum_{a_\alpha \in A_k} f_\alpha^i , \quad \forall k \neq j.$$

又給定 F 及 p 我們考慮 F <u>modulo</u> p 為 $(N \times (h+1))$ − matrix

$$\bar{f}_j^i = \sum_{a_\alpha \in A_j} f_\alpha^i \quad ; \quad j = 0, 1, \ldots, h.$$

這意思是當有派別競爭時，一個投票者會因需要而同意將他心中原要投給某派候選人的票依該派系配票要求重作調整，以免票投分散而不利該派系，此時只有 total preference value

$$\bar{f}_j^i$$

顯得重要，至於如何分散給第 j 派的各候選人：

$$\{f_\alpha^i \mid a_\alpha \in a_j\}$$

便可以不計。我們定義 preference distribution Φ relative to p 如下

$$\Phi \equiv (\phi_0, \phi_1, \ldots, \phi_h)$$

其中

$$\phi_j \equiv \frac{1}{\|F\|_1} \sum_i \sum_{a_\alpha \in A_j} f_\alpha^i = \frac{1}{\|F\|_1} \sum_i \tilde{f}_j^i ;$$

$$\|F\|_1 \equiv \sum_i \sum_\alpha f_\alpha^i = \sum_i \sum_j \tilde{f}_j^i .$$

同時定義

$$\Phi^\epsilon = (\phi_0^\epsilon, \phi_1^\epsilon, \ldots, \phi_h^\epsilon).$$

(i) ϕ_j^ϵ 皆爲非負整數，(ii) $\sum_j \phi_j^\epsilon = \lambda$，且 Φ^ϵ 爲適滿足(i)(ii)之 Φ^ϵ 中使

$$\mathrm{Cor}(\Phi, \Phi^\epsilon)$$

爲最大者。

又定義 elected distribution Ψ relative to p 爲：

$$\Psi = (\psi_0, \psi_1, \ldots, \psi_h)$$

其中：

$$\psi_j \equiv \frac{\#(A_j^{\epsilon})}{\lambda}$$

然後定義派系公平競爭指標如下：

<u>定義 7</u>: 給定派別函數 P，我們定義公平指標 I_{FC} 爲：

$$I_{FC}(E) = \mathrm{Cor}(\Phi^{\epsilon}, \Psi) \frac{\sum_j \phi_j^{\epsilon} \psi_j}{\sqrt{\sum_j (\phi^{\epsilon})^2} \cdot \sqrt{\sum_j \psi_j^2}}$$

換句話說，公平的選舉制度，應使選舉的結果忠實反映出每一派系在選民中所佔的比例。

(3)<u>代表性指標</u> I_{RP}:

一個當選人的支持面太窄，他的代表性相應更低，一個有代表性的投票制，應要求當選人在一般情況下有相當廣闊的支持面。一般說來，一個候選人若能操縱部份或全部投票人對自己的票值，他便篤定可以當選。譬如 30 個民意代表互選產生 6 名預算分配委員，假設採行單記法，則任何代表只要掌握 5 票便穩可當選，其支持面（或稱代表性）爲 5 ／ 30 ＝ 1 ／ 6 。但若採行連記法，每投票人連記 3 票，則須掌握 13 票才穩可當選，這時候支持而（代表性）應爲 13 ／ 30 ，較單記法的支持面大。

<u>定義 8</u>: 我們定義代表性指標 I_{RP}:

$$I_{RP} = \frac{r}{N},$$

其中 r 爲滿足下列條件的最小子集合 $\{v^{i_1}, v^{i_2}, \ldots, v^{i_r}\}$ 的個數；

設

$$\tilde{f}^{i}_{\alpha} = \begin{cases} 1 \quad , & i = i_1, i_2, \ldots, i_r \ , \ \alpha = \alpha_0 \\ f^{i}_{\alpha} \ , & \text{其他情況下} \end{cases}$$

而 $\tilde{u}^{i}_{\alpha}$ 爲相應於 $\tilde{f}^{i}_{\alpha}$ 的投票函數，則 $a_{\alpha_0} \in A^{\epsilon}$.換句話說，改變 r 個投票人則 a_{α_0} 的意願係數 $f^{i}_{\alpha_0}$，使變成 1，此時 a_{α_0} 便一定可當選。那麼，最少需要幾個被改變意願的投票人，亦即 r 最低爲若干？將這最低的人數 r 除以全體投票人數 N 便是一種投票制的代表性指標。

(4)守秘指標 I_{CF}:

單由開票以後，票型的分析與票數的計算，能否偵知某些特定投票人或某些特定投票羣的投票行爲？欲偵知的投票人與投票羣，若依照或未依照預先指定的方式投票，便會受到獎賞或懲罰時，我們稱之爲守秘單元。一般說來，在同一開票區內，票型數如果多於守秘單元的個數，則投票方法不守秘。

設 P(A × H) 表 A × H中所有子集合的全體 (即冪集合 power set)，其中 H 爲投票函數 u 的像集 (image set)，給定一種投票制 E ＝(u， π_u)，則相應的票型集合 $\mathfrak{T}$ 爲 P(A × H) 中部份集合，即

$$\mathfrak{T} \subset P(A \times H)$$

一種票型便相當於 $\mathfrak{T}$ 中的一個元素。例如連記 K 票的連記法中，每一票型相當於

$$\{(a_1, \ \delta_1), \ (a_2, \ \delta_2), \ \ldots, \ (a_\nu, \ \delta_\nu)\} \in \mathfrak{T}$$

其中 $\delta_\alpha \in H = \{0, 1\}$, 且

$$\sum_{\alpha=1}^{\nu} \delta_\alpha \leq K.$$

易知$\mathfrak{T}$的總個數χ為：

$$\chi = \binom{\nu}{K} + \binom{\nu}{K+1} + \cdots + \binom{\nu}{1} + \binom{\nu}{0},$$

另一方面將同一開票區內的投票人全體 V 分割成

$$V = W_0 \cup W_1 \cup \cdots \cup W_Q$$

其中 $W_i \cap W_j = \phi, \forall i \neq j$, 且 $W_1, \ldots, W_Q$ 皆分別為守秘單元。我們稱這樣的一個分割為守秘單元分割，Q 為這分割下守秘單元數，現在可作定義如下：

<u>定義 9</u> 給定各開票區內的所有守秘單元分割，我們定義<u>守秘指標</u>為 I_{CF}：

$$I_{CF} = \min \frac{Q}{\chi}$$

這裡 min 指所有開票區與各開票區內所有守秘單元分割所相應的 Q / χ 之最小值 (minimum)。而 χ 表示相應的票型總數，當，

$$I_{CF} < 1$$

時，我們稱投票制不守秘。

例 1 依近年澎湖 A 村選舉議員實例：選擇採單記制， A 村村民被指定將票“全數”投給某執政黨提名之候選人，否則十天中村民皆不得出海捕魚。此時，全村賞罰同體，利害相共，全體村民乃成爲一守秘單元。因各村各有一投票所，並不與他村票箱之票混合後再行開票，故各村便是一個開票區，區內只有一村，即 $Q=1$，今候選人有 3 名，故 $I_{CF}=Q/\chi=\frac{1}{3}<1$，不守秘，此即 A 村村民將被迫全數投給預先指定之候選人。改善投票制的方法是增加同一開票區內的守秘單元數 Q，例如將投票後各村票箱內的票全部混合後再行開票。設一鄉有 14 個村，則 $Q=14$,

$$Q/\chi=\frac{14}{3}>1,$$

當然須要再追究是全鄉 14 個村的村民是否又成爲一守秘單元。

例 2 依民國 76 年 1 月 19 日由台灣省議員投票選出監察委員實例：國民黨籍省議員有 65 人，守秘單元數 $Q=65$，投票法採行連記 6 票，應選出監委 12 人，國民黨提名 12 人，票型數 χ 至少有

$$\binom{12}{6}=924$$

即 $\chi>924$。故

$$I_{CF}<\frac{65}{924}<1$$

不守秘。亦即每一國民黨省議員（投票人）若被輔選單位預先指定一

種特殊票型，例如投給 $\{a_2, a_4, a_5, a_8, a_{11}, a_{12}\}$ 等 6 人，其相應的票型便是

$$\{(a_1, 0), (a_2, 1), (a_3, 0), (a_4, 1), (a_5, 1), (a_6, 0),$$
$$(a_7, 0), (a_8, 1), (a_9, 0), (a_{10}, 0), (a_{11}, 1), (a_{12}, 1)\}.$$

若開票後，這種票型未出現，則表示該省議員未依指定方式投票，可據以受罰或得不到預期的酬金。

例 3　同年台北市市議員投票選出監委之例：國民黨籍市議員有 42 人，連記 2 票，國民黨提名 5 人，對國民黨完全有利之票型數只有

$$\binom{5}{2} = 10$$

少於 42 人，此時

$$Q/\chi > \frac{42}{10} > 1.$$

如此以每一省議員爲一守秘單元，則投票尙能守秘。但若改用連坐賞罰，擴大守秘單元爲每 6 人，則共有 $\frac{42}{6} = 7$ 個守秘單元

$$I_{CF} \leq \frac{Q}{\chi} = \frac{7}{10} < 1$$

仍不守秘，至於每 6 人是否能施以賞罰連坐，與民主水準有關，須視情況而定。因此守秘指標 I_{CF} 是相對於守秘單元分割的所有可能的定義的。

注說 2　I_{RP}, I_{CF} 事實上並不依賴於 $F = [f_\alpha^i]$.

參、理論基礎

定理 1　設 λ 爲應當選人數，當 $\lambda = 1$ 時，問卷投票制 E_Q 在所有投票制中取得

$$I_{FD}\ ,\ I_{FC}\ ,\ I_{RP}$$

之最大值。當 λ 不限定爲 I，E_Q 仍在所有 voting systems 中取得 I_{FD} 與 I_{RP} 之最大值。

證明：(1)容易算得

$$I_{FD}(E_Q) = 1, \qquad (\text{因 } u_\alpha^i = f_\alpha^i)$$

故爲最大 (maximal)

(2)設 $\lambda = 1$，此時 preference distribution 仍記爲

$$\Phi = (\phi_0, \phi_1, \ldots, \phi_h)$$

經調整位置，不妨設 p_1 爲最多數派，亦即

$$\phi_1 = \frac{1}{\|F\|_1} \sum_i f_1^i \geqq \phi_j \quad , \quad \forall j \neq 1$$

因此

$$\Phi^\epsilon = (0,\ 1,\ 0,\ 0,\ \ldots,\ 0)$$

又 elected distribution

$$\Psi = (0, 1, 0, 0, ..., 0)$$

故

$$I_{FC}(E_Q) = \mathrm{Cor}(\Phi^{\epsilon}, \Psi) = 1$$

亦為最大。

(3)由 I_{RP} 的定義不難算得：

$$I_{RP}(E_Q) = \frac{N}{N} = 1$$

故為最大，又注意

$$I_{RP}(E_M) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda+1}, & \text{若} \quad \lambda+1 \nmid N \\ \frac{1}{\lambda+1} + \frac{1}{N}, & \text{若} \quad \lambda+1 \mid N \end{cases}$$

其中 $a \mid b$ 表 a 可以整除 b，而 $a \nmid b$ 表 a 不能整除 b，又

$$I_{RP}(E_W) = I_{RP}(E_M).$$

且

$$I_{RP}(E_P) = \frac{kN}{\lambda N} \le 1 \qquad (\text{因 } k \le \lambda).$$

注說 3　[壹]節給定的各種投票制中，以單記制與累記制的代表性指標 I_{RP} 最低。

注說 4　若採問卷制 E_Q,(1)可將每一投票人手上選票印成 ν 張，每張針對一候選人給分，分別投入票箱，而不必像連記制、單記制與累記制等一定要印成聯單，如此票型可以減少將守秘指標提高。(2)又只要適當縮小 u 的取得範圍，例如規定

$$u_{\alpha}^{i} = \frac{n}{6}$$

n為 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 中的一個數，則守秘指標 $I_{CF} \geq \frac{Q}{7}$.

例 4　在小型委員會中，由委員投票決定某種職位錄取人選時採單記或連記，守秘性常因選票上須同時記載對各候選人的評鑑分數，以保證確實只選一人或所選人數不超過 K 個人。開票後容易由評鑑分數的分佈情形偵知哪張選票仍由誰投。如果改用問卷制則因係對各候選人個別給分後，分開投入票箱，守秘性相應可以提高。

定義 9　我們說 A 與 V 為 ideal imdependents formation(簡稱 IIF，即 A 與 V 純由獨立自主個人組成) 是指：派別函數

$$p:\ A \cup V \longrightarrow P \equiv \{p_0,\ p_1,\ \ldots,\ p_h\}$$

的像集 (image set)

$$\mathrm{Im}(p) = \{p_0\}.$$

即 $p^{-1}(p_i)$ = 空集合 ϕ,　$\forall i = 1, 2, \ldots, h$. 此時

$$\begin{cases} \phi_0 \equiv \frac{1}{\|F\|_1} \sum_i \sum_{a_\alpha \in A_0} f_\alpha^i = \frac{1}{\|F\|_1} \sum_i \sum_\alpha f_\alpha^i = 1 \\ \phi_j = 0, \quad \forall j \neq 0 \end{cases}$$

而

$$\begin{cases} \psi_0 = \#(A_0)/\lambda = \frac{\lambda}{\lambda} = 1 \\ \psi_j = 0, \quad \forall j \neq 0 \end{cases}$$

即

$$\Phi = (1, 0, 0, \ldots, 0) = \Phi^\epsilon$$

$$\Psi = (1, 0, 0, \ldots, 0).$$

得公平指標

$$I_{FC} = \mathrm{Cor}(\Phi^\epsilon, \Psi) = 1$$

取最大值，因此我們證明得

<u>定理 2</u> 給定 (A, V, F, λ, p)，而根據 p， A 與 V 純由獨立自主個人組成時，則 E_Q 在所有投票制 (voting systems)， 中取得

$$I_{FD}, \ I_{FC}, \ I_{RP}$$

之最大值。

定義 10 給定 (A, V, F, u)，一個 manipulation M of preference $F = [f^i_\alpha]$ 爲一個函數

$$M: [f^i_\alpha] \longrightarrow \tilde{f}^i_\alpha$$

其中 $0 \leq f_\alpha \leq 1, \forall i = 1, \ldots, N, \alpha = 1, \ldots, \nu$.而 manipulated ballot function $\tilde{u}$ of u under M 爲

$$\tilde{u}(F) = u \circ M(F).$$

當 manipulation M 只改變某 v^i 的 preference f^i_α, $\alpha = 1, \ldots, \nu$. 而維持

$$\tilde{f}^K_\alpha = f^K_\alpha \quad , \quad \forall K \neq i$$

則稱 M 爲 manipulation on v^i. 而當給定 p, M 改變所有 $v^i \in W$ 的 preference f^i_α ，而維持

$$\tilde{f}^K_\alpha = f^K_\alpha \; , \quad \forall v^K \notin W$$

則稱 M 爲 manipulation on W.

定義 11 給定(A, V, F),一個 voting system E^M manipulated from E by M, 指的是

$$E^M: (A, V, F) \longrightarrow (u \circ M, \pi_{u \circ M}).$$

定理 3 給定 $E = (A, V, F, u, \pi_u)$ 及派別函數 p，今設 $h = 2$（即只有兩個派系 $p^{-1}(p_1)$ 與 $p^{-1}(p_2)$，另外還有獨立個人集合 $p^{-1}(p_0)$），

$$u = u_p \text{（即 u 為連記投票函數）}$$

設連記票數為 K，若 $\#(A_1) \equiv \nu_1 \geq \lambda$，且

$$m \equiv N_0 + N_2 < N_1$$

（即 p_1 為多數派系），又設

$$\frac{K}{\lambda} \geq \frac{m+1}{N-m}$$

則存在 manipulation M 使

$$I_{FC}(E^M) = \frac{N - m}{\sqrt{(N-m)^2 + m^2}} < 1$$

而在E^M下,

$$A^{\epsilon} \subset A_1$$

即所有當選人皆屬於多數派系 p_1.

注說 5　連記投票法大利於多數派，除非連記票數數 K 夠少。舉例說明如下：設 N = 300，λ = 10，而 m = 100，而 λ = 10, 多數派之投票人數有 300 − 100 = 200 人。當多數派配票完全時，當選人最低得票數大於

$$\frac{K \times 200}{10} \ .$$

設 $K \geq 5$, 則

$$20K \geq 120 > 100 = m$$

換句話說：即使少數派所有投票人皆投給少數派同一候選人，該候選人最高亦僅得 m = 100 票，仍不足 20 票，無法當選。但當 $K << 5$ 時，則I_{FC}仍可能等於 1.

定理 3　的證明：

將A_1中各候選人選出 λ 個，排成一列，記爲 a_{α_1}, a_{α_2}, …, a_{α_λ}，又記

$$\{a_{\alpha_1},\ a_{\alpha_2},\ \ldots,\ a_{\alpha_\lambda}\} \equiv B_1 \subset A_1$$

亦將V_1中所有投票人，另外排成一列，記爲

$$v^{i_1},\ v^{i_2},\ \ldots,\ v^{i_{N_1}}$$

設

$$\tilde{f}^{i_1}_{\alpha_\ell} \equiv \begin{cases} \frac{1}{K}\ ; & \ell = 1,\ 2,\ \ldots,\ K \\ 0\ ; & \ell \neq 1,\ 2,\ \ldots,\ K \end{cases}$$

又設

$$\tilde{f}^{i_2}_{\alpha_\ell} \equiv \begin{cases} \frac{1}{K}\ ; & \ell = K+1,\ \ldots,\ 2K \\ 0\ ; & \ell \neq K+1,\ \ldots,\ 2K \end{cases}$$

但若有某 r 使 $K+r < \lambda$, 則取 $\ell = K+r-\lambda$. 如此依序定義 $\tilde{f}^{i_s}_{\alpha_\ell}$ ，即

$$\tilde{f}^{i_s}_{\alpha_\ell} \equiv \begin{cases} \frac{1}{K}\ ; & \ell \equiv (s-1)K + t\ (\mathrm{mod}\ \ \lambda),\ 1 \leq t \leq K \\ 0\ ; & \text{其他情況下,} \end{cases}$$

則依連記法可得

$$u^{i_s}_{\alpha_\ell} = \begin{cases} 1; & \ell\ \text{如上式} \\ 0; & \text{其他情況下} \end{cases}$$

而知

$$\sum_{v^i \in V_1} u_\alpha^i = \begin{cases} [\frac{KN_1}{\lambda}] + \delta_\alpha; & a_\alpha \in B_1 \\ 0 & ; \quad a_\alpha \in A_1 - B_1 \end{cases}$$

其中 δ_α 取值爲 0 或 1，而[∗]則爲 Gauss simbol，即小於，或等於∗的最大整數。今由假設條件

$$\frac{KN_1}{\lambda} = \frac{K(N-m)}{\lambda} \geq m+1$$

知 $\forall a_\alpha \in B_1$，所得來自本派系的票數爲

$$\sum_{v^i \in V_1} u_\alpha^i = [\frac{KN_1}{\lambda}] + \delta_\alpha \geq m+1.$$

由於連記的規定與

$$\#(V_0 \cup V_2) = m < m+1,$$

故 $V_0 \cup V_2$ 之選票無論如何分配，無法使某一候選 $a_\beta \notin B_1$ 之所得票數超過 m，因此

$$B_1 = A^\epsilon,$$

得證。

這定理 3 說明了<u>在多數派强勢運作下</u>，<u>連記票數稍多</u>，<u>公平指標偏低</u>，<u>選舉席位便爲多數派一手包攬</u>。

<u>定義 12</u>　稱

$$K_0 = \frac{\lambda(m+1)}{N-m}$$

爲臨界連記數 (critical voting number)，當 $K > K_0$, 則稱連記投票制 E_p 爲獨佔投票制 (momopolized voting system)。

下面定理 4 再討論連記法相應的守秘性指標亦偏低的事實：

定理 4 給定 (A, V, F) 及派別函數 p, 設 $E=E_p=(u_p, {}^{\pi}u_p)$, 又設有某派系 p_j，其候選人數 $\nu_j \equiv \#(A_j)$，投票人數 $N_j \equiv \#(V_j)$. 而

$$\binom{\nu_j}{K} > N_j$$

其中 K 爲連記票數，( ) 爲組合係數，其定義爲

$$\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)\cdots\cdots(n-r+1)}{1\cdot 2\cdots\cdots\cdots\cdots r}$$

則守秘指標小於 1:

$$I_{CF}(E) \leq N_j/\binom{\nu_j}{K} < 1,$$

即不守秘。

證明 由假設直接推導而得證。

注說 6 本定理 4 的推論雖然淺顯，但要點在於指出連記制之不守秘條件：

$$\binom{\nu_j}{K} > N_j$$

很容易經設計而滿足，這就使選擧更有利於黨派操縱。以 1987 年 1 月 19 日臺灣省議員 77 名投票選擧 12 名監委，而連記 6 票爲例，國民黨派候選人 12 名而省議員中國民黨可運作者佔 65 名，即

$$\nu_j = 12 \;,\quad N_j = 65 \;,\quad K = 6$$

則

$$\binom{12}{6} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 12 \cdot 11 \cdot 7 = 924 >> 65$$

故守秘指標

$$I_{CF} \leq \frac{65}{924} < 0.06.$$

低於 0.06，投票制本身不守秘。

我們在下表中，就 5 種評估指標比較各種投票制辦法的優劣，表中有些結果正是上述諸定理所已證明的，其他則只是觀察，本文並未給予嚴格的表陳與證明。

	I_{FD}	I_{FC}	I_{RP}	I_{CF}	I_{uM}
E_Q	最高*	最低 (除了$\lambda=1$ 或IIF)*	最高*	△	×
E_M	△	OO	最低*	O	△
E_P	×	×*	O*	最低*	△
E_W	OO	O	最低*	△	△
E_0	O	O	O*	△	△

*表示已在上述諸定理中證明者。又各評估指標依順序：

最高　OO　O　△　×　最低

由高而低，其證明應引入概率論 (probabillity theory)，改視 preference coefficients

$$f_{\alpha}^{i}$$

爲 random variables，並給予 probabilty distribution，設定其爲 normal distribution(常態分佈)on [－1， 1]，這些不在本文討論之內。

肆、主要結果的解說、分析與應用

我們將上節定理改以一般語言解說如下：

定理 1　當應選出名額 $\lambda=1$ 時，各投票制中以問卷投票制 E_Q 爲最佳 (optimal relatiov to the given evaluation indices)。

定理 2　當所投票人與候選人皆純爲獨立自由的個人(即 IIF)時，各投票制中，以問卷投票制中，以問卷投票制 E_Q 爲最佳。

注說 7　IIF 即 ideal independents formation，例如無利害關係，無派系的理想學術性團體或公正的評審委員會等，投票人本身有完全獨立自由的意志與判斷。

定理 3　連記投票制有臨界連記數 (critical voting number)

$$K_0 \equiv \frac{\lambda(m+1)}{M-m}$$ （符號意義見[叁]節定理 3）

當連記票數 $K>K_0$ 時，則當選席位可由多數派完全獨佔，稱爲獨佔選舉 (monopolized election) 的局面。

定理 4　設連記投票選舉中，有某派想控制其成員的投票行爲，若

$$\binom{\nu_j}{K} > N_j \; ; \quad (\;)\text{表組合係數}$$

其中 ν_j 表該派候選人數（尤指提名或輔選人數）

N_j 表該派投票人數

$\overline{K}$ 表連記表數

則守秘指標小於 1。某派主事者可以完全偵知其成員有否遵其預先指定之方式投票。

我們以前述的理論爲基礎，做些分析與應用：

(I) 議案表決：

許多會議在討論與表決議案時，常因修正案或再修正案的提出，使議案紛歧，例如本來是 A，B 兩案，經討論加以修正後得

$$A, \; A', \; A'', \; B, \; B'$$

等五案，單記表決結果會因一齊表決或分類逐步表決而與衆人眞正意願相違。另一方面即使面對的只是單純的

$$A, \; B$$

兩案，部份出席者不一定全心支持其中一案而反對另一案，常有的情況是：對 A， B 兩案支持程度不一，如

7 分支持 A 案， 3 分支持 B 案

即意願係數 preference coefficients 爲

$$f_A^i = 0.7, \quad f_B^i = 0.3$$

此時若以單記投票制表決，則

$$u_A^i = 1 \quad , \quad u_B^i = 0$$

不符合原來意願，表決結果常有總意願 $\sum_i f_\alpha^i$ 較低的議案，反而通過的情況發生。所要表決通過的議案，在同一議題中通常只有一個，以便於執行，即設

$$A = \{\text{alternatives} \quad a_1, \ a_2, \ \ldots, \ a_\nu\}$$

為所提議案的集合，則通過議案的集合

A^ϵ 為單元集合

即 $\lambda = \#(A^\epsilon) = 1$，根據定理 1，應以問卷投票制為最佳。換句話說，其評估指標

(1)傳眞指標 I_{FD}
(2)公平指標 I_{FC}
(3)代表性指標 I_{RP}

皆以問卷投票制為最高。進一步說明：每位出席者 v^i 對衆多提案逐一給分，給分的取值範圍不宜太多，例如給

☐	☐	☐	☐	☐
很合適	不合適	無利弊見參或半	合適	很合適

5 種答案，按序記以

1　　2　　3　　4　　5

（若爲使與本文壹中 ballot function u 定義脗合，須將 u 定義中的 minimal support level 由 0 改爲 3)，記之以

$$(u_1^i,\ u_2^i,\ \ldots,\ u_\nu^i)$$

最後將各議案總得分，以總得分最高者爲通過之議案，亦即

a_{α_0} 爲表決通過之議案的條件是

$$\sum_i u_{\alpha_0}^i = \max\{\sum_i u_\alpha^i\}.$$

(Ⅱ)南韓大選

1988 年初南韓大選之選局，係因選舉制度採行傳統之單記投票法，造成選舉前兩金之爭，且選舉結果違背全民多數意願的現象，評估這項選舉結果，其

傳眞指標 I_{FD}
與
代表性指標 I_{RP}

偏低，盧泰愚以不足 36 %的支持面當選大統領其

$$I_{RP}\ 僅 = 0.36.$$

以本文定理 1 應用於此項大選，因當選名額只有一名，即

$$\lambda = 1$$

故以問卷投票制爲最佳，由於派系競爭激烈，且選民逾千萬，選票取值範圍宜縮減爲

$\{0, 1, 2\}$　三個值。

即

不支持	還支持	很支持
□	□	□
0	1	2

開票前並應先混合不同地區票箱的選票，提高

守秘指標 I_{CF}

以防止操縱。

但注意當選名額等於 2 時，則問卷投票制便不宜採用，因其公平性指標將降至最低，兩名席位完全由多數派獨佔。

(Ⅲ)保障少數派問題：

當 $\lambda = 1$ 時（即表決通過某一議案或應選名額等於 1 時），談尊重少數或保障少數派的利益，不是投票制的設計所能觸及的問題。一般談保障少數派利益都是仰賴選舉前的協商或杯葛表決等政治運作，要依靠選舉制來保障少數，唯一的辦法是將單錄取，即把

$$\lambda = 1$$

的問題變成多錄取，即

$$\lambda >> 1$$

的問題。例如台大文學院每年要選出代表本院之校務會議常務委員一人，參預台大重要行政事項之審議。若由文學院全體教授互選一人，則因外文系教授名額逾 100 名遠多於名額爲 30 人的哲學系，十年二十年內哲學系永遠不能有教授出任常務委員，事實上每年都會由外文系教授出任該職，代表性堪慮。

可能的辦法是一次選出數位。比如說變成

$$\lambda = 5$$

的選擧問題，由當選的五位在五年內輪流出任。這時若採用連記法，則臨界連記數

$$K_0 = \frac{\lambda(m+1)}{N_1} = \frac{5(30+1)}{100} = 1.55$$

若連記 2 票，則 $2 > K_0$，仍無法保障少數，故只能退爲 $K = 1$ 即用單記法。事實上在這種情況下，用累記法、累記票數等於 3，比用單記法爲佳。

至於議案表決，若依前述問卷投票法，單一議題當然取決於多數

派意願，這是人人平等的原則所推衍出來的結果。但如一個會期中有衆多議題都由多數派取勝，則又有礙於公平原則，因此，宜視之爲衆多議題的表決，才能保障少數的意見與權益，詳細說明如次：考慮在同一會期內提出的議題總數爲 λ，用修正後的累記法，在會期結束前一齊投票，則可維持相當高的公平指標

$$I_{FC}$$

以保障少數派，亦可使其他評估指標

$$I_{FD} \quad , \quad I_{RP} \quad , \quad I_{CF}$$

達一定水準（參見[叁]節中列表）。

所謂修正後的累記法如下：設同一會期內有八個議題：

$$T1, \quad T2, \quad T3, \quad T4, \quad T5, \quad T6, \quad T7, \quad T8$$

每議題分別有數個提案：

議題	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8
提案個數	2	3	2	3	3	3	2	4

共 21 個提案，分屬於八個議題，則視

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_{21}\}$$

即 $\nu = 21$ 。每一出席者(設總出席人數爲 100，中有某少數派人數僅 10 人)有八張選票，各張選票上分別塡寫二十一個提案中的一個提案號碼後，將八張選票投入票箱，再計算各提案所得票數，同一議題以得票數最高的提案爲表決通過的議案。

這種投票方式便已容許同一出席者將數張選票都投給同一提案，但爲防止某三、兩出席者聯合將八票全都投在同一提案，降低代表性指標 I_{RP}，故須在技術上混合累記與連記。例如八張選票製成四聯選票，每聯選單有兩空格，相當兩票，唯兩票不得重複塡寫同一提案號碼。

採行累記與連記混合投票制，要事先計算各評估指標，尤其要注意守秘性指標

$$I_{CF}$$

使定理 4 中的不守秘條件不滿足 (invalid) 。

(Ⅳ) IIF(理想獨立個體團體)的選擧

如果一個學術團體的成員(例如某學術評審會委員)都爲一嚴守學術立場的獨立個體，不爲派系左右，不因人情偏心，在考核或評審各種學術性申請案時，可以採取問卷投票法對申請人分別給分，這是定理2的推論。

但證諸實際，這樣的理想團體所見不多，當錄取名額

$$\lambda = 1$$

時，根據定理1，問卷投票法仍然最佳，而當錄取名額

$$\lambda > 1$$

時，申請事項與該學術團體無利害關係，該學術團體只提供學術意見，

甄別申請案的優劣，像評審科學展覽作品的評審會等，問卷投票法仍然爲最佳。

至於申請案與該學術團體本身的發展有相當大的關係時(例如: 延攬新研究人員加入該學術團體所屬學術機構，而延攬名額有限，競爭激烈，聘任委員會委員又對申請人的專長有不同偏好時)，以採用累記法爲佳。

累記法在派系運作的狀況下實施時，應注意先擬訂提名名單，縮小候選人範圍，否則會因投票分佈零散，而易爲特定派系操縱，臺大教授聯誼會第一屆理事會首次選舉便因籌備人員假定該學術團體爲擬理想團體(pseudo－IIF)而告流產。

先經提名而後施行累記法，稱爲提名累記法，但不宜將每一投票人的K張選票製成一張聯票，如此則其守秘性指標I_{CF}會大幅降低，甚至低於連記法的守秘性指標(因可以重複組合，而重複組合數大於一般組合數)。

一般學會，像國內物理學會數學學會等，以採提名累記法爲宜。

(V) 單記法的代表性指標偏低

單記法最大的缺陷是它的代表性指標

$$I_{RP}$$

特低（參見[叁]節文末列表），這件事本文已給以嚴謹的證明，本節(Ⅱ) 南韓大選中曾作相關說明。在小型團體互選某委員會委員時亦有此低代表性的現象發生: 例如某研究所共有研究員 24 人，欲互選出聘任委員 6 人，即

$$N = \nu = 24, \quad \lambda = 6$$

平均4票即可當選，設若某研究員就近拉來2或3票自己再投給自己一票，他當選的機會便很大，但他的代表性甚低。

這似乎是單記法當初修改成連記法，而列入民間團體選舉罷免辦法的表面理由。同時單記法的傳眞指標 I_{FD} 亦不高，原因是它將意願係數

$$f_{\alpha}^{i}$$

化約成

$$0 \text{ 或 } 1。$$

但另一方面，單記法的公平指標I_{CF}則頗高，這是它在大型選舉像總統選舉、議員選舉等長期實施而未被質疑的緣故，當然單記法作業最爲簡單，也是其主要原因之一。

(Ⅵ)限制連記法的若干弊端

本文所謂連記法，實際上便是一般所謂限制連記法，「限制」之意，是指連記名額有一定上限K，本文慣稱此數目K爲連記票數(嚴格一點，應稱爲"連記票數上限")仔細分析，若連記法未規定此上限，則連記法爲問卷法的極端例型，只是 u_{α}^{i} 的取值範圍縮小爲

$$0 \text{ 與 } 1$$

兩個數而已。

依人民團體選舉罷免辦法第四條:「人民團體以集會方式選舉者，其應選出名額爲一名時，採用無記名單記法。二名以上時，以採用無記名連記法爲原則」

目前農會、工會，甚至監察院監察委員之選舉，及最近國民黨爭戰激烈之十三全大會中央委員選舉，皆以限制連記法進行。在定理3、定理4中我們已證明連記票數上限K太高，超過臨界連數K_0便造成多數派獨佔選舉的局面。而某派系人數分配達一定比例時(即滿足不守秘條件時)，則某派系可以完全控制其成員的投票行爲。

觀察去年1月19日監委選舉; 我們記錄資料如下:

行政區域	省(市)議員(投票人數) N	監委名額(應選出人數) λ	連記票數上限 K	非國黨系省(市)議員人數 m	臨界連記數 K_0	不守秘條件	罷選非國黨系人數
台灣省	77	12	6	12	2.4 < 5 獨佔成立	不守秘	8
台北市	50	5	2	8	1.07 < 2 獨佔成立	守秘指標小於4.2	3
高雄市	42	5	2	5	0.81 < 2 獨佔成立	守秘指標小於3.7	3

計算臨界連記數 K_0 如下：

台灣省部分：$K_0 = \dfrac{\lambda(m+1)}{N - m} = \dfrac{12 \cdot 13}{65} = 2.4 < 6$

台北市部分：$K_0 = \dfrac{\lambda(m+1)}{N - m} = \dfrac{5 \cdot 9}{42} = 1.07 < 2$

高雄部分：$K_0 = \dfrac{\lambda(m+1)}{N - m} = \dfrac{5 \cdot 6}{37} = 0.81 < 2$

(2)又計算不守秘條件：

$$\binom{\nu_j}{K} \overset{?}{>} N_j$$

如下：

台灣省部分：ν_j＝國民黨推選人數＝ $12 = \lambda$

N_j＝國民黨運作下投票人數＝ $N - m = 65$

得

$$\binom{12}{6} = 924 > 65$$

不守秘條件成立。

台北市部分：同法得

$$\binom{5}{2} = 10 > 50\text{–}8 = 42$$

高雄市部分：得

$$\binom{5}{2} = 10 > 42\text{–}5 = 37$$

守秘指標分別低於 4.2 與 3.7。

連記法的另一弊端是它的傳眞指標I_{FD}隨著連記票數上限 K 增高而下降。理由是一般人的意願分佈高低不等，以國民黨十三全中央委員選舉爲例，連記票數 K 高達 180 人，設某投票人的 preference order 由高而低，到對第 100 名候選人以後已無任何了解，心理上卻以爲剩餘 80 票不用可惜，胡亂塡上一些一面之緣或較知名之士。被塡上的 180 名人選不論其被喜好或被推重的程度有若天壤之別，票面上都得到一票，嚴重扭曲了投票人的原來意願，傳眞指數偏低，同時也造就了知名度高的泛泛之士或有利於生無大過的守成型的元老級人物，使排名高高在上。

限制連記法的三種評估指標

傳眞指標I_{FD}
公平指標I_{RP}
守秘指標I_{CF}

皆偏低，只有

代表性指標I_{RP}
(即支持面指標)

偏高

(Ⅶ) 農會的選舉

在人民團體選舉罷免辦法的規定下，台灣目前各團體皆採行限制連記法投票制，有利於多數黨派與强勢人物(established)的政治運作。

至於農會的結構，主要癥結不只在於連記投票法的缺點，更在於總幹事遴選辦法等法規的限制，農會爲地方財富的供應站，是地方派系形成的根源，反過來更爲形成後的地方派系必爭之地。

有關農會、鄉民代表會、鄉公所、農民銀行、地方黨部之間錯綜複雜的關係，是地方政情無法清明，地方派系傾軋糾鬥的背景，不是

農會理事會的投票制所能扭轉。但農會的連記投票法仍有助長大派控制的趨勢。

以桃園縣觀音鄉與龍潭鄉爲例，理事有 9 名，由 30 至 32 位農會農民代表選出，連記 5 票，歷年來出現的投票結果若兩派勢力相當則有5 比 4的局面，一旦某派勢力稍弱即流爲9 比 0的結果，這種斷層現象是限制連記法的結果。

伍、結　　論

台灣社會的發展在近年政情轉趨開放之後，民意院會與民間團體將扮演極爲重要的角色，健全的投票制對於這些院會與團體的體質有鉅大的影響，本文的分析指出各種投票制皆利弊互見，不得一成不變硬性規定所有院會團體皆統一採行一種投票法。

尤其限制連記法弊端特多，應迅速改善，事實上不同團體有不同特性，不同特性的團體應針對所具有的特性設計評估指標較高的投票制。

混合提名累記與連記性（如[肆]節(Ⅲ)）常較適用於許多團體的實際需要，本文已在[肆]節中，就一些團體的特性提供評估指標較高的投票制，所用的評估指標與分析手法或可供設計較佳投票制的參考。

參考資料

雷競旋

1987　**選舉制度概論**。風雲政治系列叢書＃9，洞察出版社。

Arrow,K.J.

1983 "Social Choice and Individual Values",*Wiley*. New York.

Peleg,B.

1984　"Game-Theoretic Analysis of Voting in Committees," *Economic Society Monographs in Pure Theory*.

Evaluation Indices of Direct Voting Systems and Voting Reality in Taiwan Area

Wu-hsiung Huang

Abstract

The purpose of the paper is two folded. To evaluate a direct voting system, we define four indices: fidelity, fair competition, confidence and representativity. It is proved that the questionaire ballot attains the best evaluation when exact one alternative is to be elected.Also for ideal independents formation (IIF) the questionaire ballot attains maximum for all the four indices except that of confidentiality. We calculate a critcal vote number K_0 of alternatives and point out that the majority party could hold all the seats if the vote number k in plural valued ballot is no less than K_0. This violates the principle of fair competition. In a plural valued ballot, We give an explicit condition that causes an interest group or a political party possible to detect the voting behavior of its members and thereby manipulate the vote. Index of confidence decreases in this case.

The second part of the paper is to apply the above theory to the voting reality in Taiwan area. We have thus made certain analysis, criticism suggestions and conclusions.