人文及社會科學集刊
第三卷第一期(79/11)，pp.191～213

多元談判賽局的均衡

施俊吉*

本文以「策略性分析法」探討「多元談判賽局」的均衡。研究結果顯示：如果以折現法反應談判者的時間偏好，則談判均衡在極限之下會趨近 Nash 談判解。但是當以固定成本法反應談判者的時間偏好時，均衡在極限下不會趨近於 Nash 談判解。因此 Nash 談判解不能無條件的使用在所有的多元談判賽局上。此外，本文並以「關稅協商」、「雙佔勾結」與「勞資談判」等課題爲例，簡介多元談判理論的應用方法。

一、總論

本文之目的，在解答與下列狀況相類似的問題：

㈠在一異質雙佔市場，廠商企圖勾結，並私下會商如何設定個別商品的價格和品質。試問，雙方能否達成協議？其內容爲何？

㈡兩國同意降低關稅，並展開諮商。試問，雙方所能達成的關稅減讓協定，其內容爲何？

㈢資方與工會就工時、工資與工作條件等事項進行談判，談判結果能否加以預測？

---

* 中央研究院中山人文社會科學研究所副研究員。作者感謝蔡宗榮、林小嫻教授與本刊論文審查人所提供的改正意見。

類似的談判問題，俯拾皆是，不難繼續羅列與累積。此足以證明，若能建立一項理論模型，針對上述例題共同之特徵求解，則其應用性必然可觀。而此正是本研究之宗旨。

〔談判狀況〕

根據上述例題的共通性質，可以用符號：〈m,n,x,$\bar{x}$,u〉描述各種的談判狀況，其中 m，n 分別代表談判各方與談判事項的總數；例如：「資方與工會就工資與勞動之僱用量進行談判，則 m＝2,n＝2」。此外，x 代表各方對談判事項所達成的協議；$\bar{x}$ 爲談判破裂的後果，並設 x，$\bar{x}\in R^n_+$，同爲 n 元向量。而 u 則代表談判者的效用（或利潤），其爲一 m 元向量，並設 u 爲 x 的函數。

〔談判過程〕

本文討論所有 m＝2,n≧1,且 x,$\bar{x}$ 可無限細分的談判問題。但是對談判過程必須作下述限制：談判雙方（稱甲、乙方，註標爲 1,2）輪流提議，若甲方之提議爲乙方所接受，談判告終。若被拒絕，則雙方等待一期(one period)後，由乙方另提建議，如此反覆，沒有時間終點的限制。

〔時間偏好〕

因爲談判過程可以作無窮盡的伸延，所以如何設定談判者的時間偏好(time preference)，將直接影響談判結果。本文採取下述二種方式，將時間偏好納入模型：「折現法」與「每期談判成本法」

㈠折現法：雙方若於第 t 期達成協議 x，則效用爲 $U_i(x)e^{-r_i t\Delta}$，i＝1,2。式中 r_i 爲第 i 個談判者的折現率(discount rate)；△則代表每期的實際時間長度，亦即每次提議與下次提議所間隔的時間。

㈡每期談判成本法：若在第 t 期達成協議 x，則談判者的效用爲 $U_i(x)-C_i t\Delta$，$i=1,2$。式中 C_i 是每△時間長度，第 i 個談判者所應負擔的時間成本。

談判模型經過上述設定後，本文得證：各回合提議所間隔的時間差距若趨近於零(lim△→0)，則採「折現法」之談判解 X^d 爲：

$$X^d=\arg\max[U_1(x)-U_1(\bar{x})]^{\lambda_1}[U_2(x)-U_2(\bar{x})]^{\lambda_2}$$

$$;\lambda_1=\frac{r_2}{r_1+r_2},\ \lambda_2=1-\lambda_1 \tag{1}$$

若採取「成本法」則談判解 X^c 爲：

$$X^c = \arg\max \quad \frac{[U_1(x) - U_1(\bar{x})]}{C_1} + \frac{[U_2(x) - U_2(\bar{x})]}{C_2} \tag{2}$$

上述兩道方程式，便是本文所得證的談判解。它們可廣泛應用於經濟分析，求解多元談判(multi-issue bargaining)的均衡解。

〔本文結構〕

本文結構如次，第二節敍述談判理論過去的發展與當前的研究取向；第三、四節分別討論折現法與成本法之下的談判解；第五節簡述應用方法，並舉範例說明之。至於結論則分別羅列於第六節中。

二、談判理論的發展

將「談判」納入經濟學的研究課題，是一個必然且必要的趨勢，因爲經由談判解決衝突是實際社會中常見的現象，許多經濟問題即是藉由談判、協商與議價之類的過程而獲得解決。另一方面，在經濟學課題中，與其說「獨佔」是「完全競爭」的極端反例，毋寧說「談判」才是「完全競爭」的極端反例。競爭性均衡既然與獨佔均衡併列，那麼，「談判均衡」又何嘗不是經濟學所應研究的課題。

在 Edgeworth 的分析裡，契約曲線上的核(core)是談判均衡可能發生的區域，而傳統經濟學對談判的研究與認識也僅止於此。但是，晚近談判理論却有長足的發展，究其原因在於賽局論(Game theory)的演進從 Selten(1975)提出「完全均衡」(perfect equilibrium)的概念之後，有關之分析方法與觸角，更形犀利與廣泛。其成就之一，就是在 Rubinstein(1982)的激盪下，誕生了一系列談判問題的著作[1]，並成爲當代談判理論之主流。

本節回顧談判理論之發展，其目的是雙重的。除了從檢討文獻過程中，說明本文之貢獻外，同時希望能勾劃出談判理論的輪廓。

談判理論之發展始於 Nash(1950)，其理論稱爲「公設式談判理論」(axiomatic theory of bargaining)，至於其談判均衡 X^N 則稱爲「Nash 談判解」(Nash bargaining solution)，定義爲：

$$X^N = \arg\max [U_1(x) - U_1(\bar{x})]^{\lambda_1} [U_2(x) - U_2(\bar{x})]^{\lambda_2}；\lambda_1 + \lambda_2 = 1 \tag{3}$$

式中的 λ_i 代表談判者的談判能力(bargining power)[2]。

以(3)式所定義的 X^N作爲談判均衡的理論基礎奠立在「公設式分析」上。詳言之，Nash 認爲，只要對談判者的偏好和談判問題的結構具充分了解，就能從 Edgeworth 的「核」中標定出一點作爲談判的均衡。於是，Nash 設計出一組公設，該組公設足以涵蓋各種談判狀況的特質，繼而經推理得證(3)式的 X^N即爲均衡點。

三年後，Nash(1953)指出自己的公設式分析並沒有掌握到談判過程，談判策略對談判結果的可能影響。因此，他另行提出「非合作賽局」(noncooperative game)下的談判理論，從談判者的策略(strategy)與反應著手，利用其著名的「Nash 均衡」，尋找談判解，這項分析也因此被命名爲「策略性分析法」(strategic approach to bargining)。

基本上，Nash 並沒有完成策略法的談判分析，因爲他無法從 Edgeworth 的「核」內標定出均衡（按：事實上，「核」內各點均爲「Nash 均衡」）。但是他預測，不合作與合作談判賽局的均衡同在一點。卅年後，Binmore(1986)首度驗證 Nash 的臆測（而本文之「定理四」則推翻該臆測的普遍性，此容後再述）。

繼 Nash 之後，公設式分析繼續發展，至 Roth(1979)集各家之說而燦然大備。但是，策略性分析則始終停滯不展，因爲，在 Selten(1975)提出「完全均衡」的概念以前，賽局論本身缺乏較 Nash 均衡爲嚴格的概念，因此無法從衆多的 Nash 均衡中提煉出不合作談判賽局的均衡解。

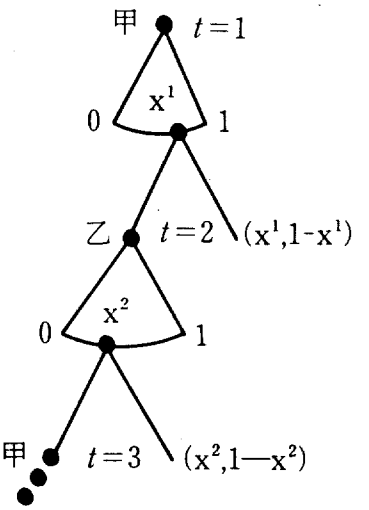
而所謂「完全均衡」係針對「多段展式賽局」(extensive form game)所設計的均衡。（展式賽局就是以樹形圖表示的賽局，如圖一）。這項均衡要求每一名對局者(player)的最佳策略必須滿足完全性(perfectness)，亦即從樹形圖上的任何一個分叉點往下推演，該策略始終爲最佳之策略。而完全均衡必然是 Nash 均衡，但 Nash 均衡不一定滿足「完全性」。此外，由於以「展式」所表現的賽局，長於描述賽局的動態發展和策略的交叉運用，所以它能呈現談判過程與談判策略之特色。因此，理想的非合作談判賽局，應以「展式」表達，求「完全均衡」解。

然而，在眞實的世界裡，由於各種談判問題的談判過程不盡相同，所以，不可能也不應該存在著一個放諸四海皆準的展式模型。換言之，每一個談判案例，各自對應一個展式賽局，每一個展式賽局各有其相對應的完全均衡解。

基於上述認識，Rubinstein(1982)提出第一個令人滿意的展式談判賽局，同時證明其完全均衡解存在並具唯一性。Rubinstein 所討論的談判問題，屬於「兩人常和之

非合作賽局」(two-person constant-sum non-cooperative games)。談判狀況爲[3]：甲、乙雙方就如何分配一塊蛋糕進行談判，雙方輪流提案，若甲方之提案爲乙方所接受，談判告止；否則，輪由乙方提出建議，徵詢甲方之同意。此過程可以無止境繼續下去，沒有談判終點的限制。現若以展式表達此賽局，其爲：

圖一



圖形中的 $x^t, t=1,2,3,\cdots$，$x\in[0,1]$，代表在第t期時，有權提議之一方（當t爲奇數時是甲方，爲偶數時是乙方），建議蛋糕按 x^t與 $1-x^t$的比例分配給甲、乙。所以，在 t 爲奇數時，甲方的策略是從 0 與 1 的區間內選擇一個分配比例 x^t，徵詢乙方，乙方若表同意，則$(x^t,1-x^t)$便是談判之解。反之，若遭乙方拒絕，則雙方須等待一期，待$t+1$ 期時，輪由乙方從 0 與 1 的區內選擇 x^{t+1}，以詢求甲方同意。如此反覆進行，並假定，談判若不得結果，雙方的份額皆爲零。

針對上述談判問題，Rubinstein 首採前節所述之「折現法」模型化談判者的時間偏好，並將談判者的效用設定爲 x 的直線型函數，亦即，$U_1=x, U_2=1-x$。他證明此賽局的完全均衡爲：(1)若由甲方先提建議，$x^*=\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}$(2)若由乙方先提議，則 $x^0=\frac{\delta_1(1-\delta_2)}{1-\delta_1\delta_2}$。這是一項令人震驚的結論。因爲結構如此簡單的談判賽局，竟然存在完全均衡解，並且具有唯一性，Rubinstein 這項貢獻，使得 Nash 在 1953 年時所研

議的「策略性分析法」經卅年的沈寂後得以重生，並蔚成賽局論中極具前瞻性的研究課題。

繼 Rubinstein 之後，策略性分析法的談判理論分成三個方向齊頭並進，第一個方向是「一般均衡理論」(Rubinstein and Wolinsky(1985),Gale(1986 a、b),Shaked and Sutton(1984),Binmore and Herrero(1988 a、b))，其主旨是以談判替代「喊價者」(auctioneer)的機能，檢討瓦拉斯均衡體系的性質。第二個方向是朝「不完全訊息」的談判賽局發展(Admati and Perry(1987),Fudenberg and Tirole(1983),Fudenberg,Levine and Tirole(1985，1987)Grossman and Perry(1986 a、b),Perry(1986),Rubinstein(1985))企圖合理化 Rubinstein 的模型，使其更接近實際狀況。例如，雙方在不知道對手的偏好和所能接受的最低底限之情況下進行談判。其目的是想了解談判破裂（如罷工）的原因。

第三個研究方向是檢驗 Nash 的推測，亦即「不合作與合作談判賽局的均衡同在一點」(Binmore(1986),Binmore,Rubinstein and Wolinsky(1986))。上項推測如果屬實，則(3)式的 Nash 談判解可以普遍運用在各種談判問題上。此研究的重要性在於以策略性分析法求解一個談判賽局的完全均衡十分困難（參見本文附錄 A 有關〔定理一〕之證明），但是利用(3)式求 Nash 談判解，僅是一個極普通的極大化問題。所以，這項研究工作的成敗，關係著談判理論在經濟學個別領域上的應用性。

本文之研究，應屬上述研究方向中的第三種。其貢獻有二：第一，Rubinstein 的原始模型係屬一元談判賽局(single issue bargining games)，亦即，談判者僅針對一項衝突進行談判，並且假定談判者的效用是直線型函數，因此其應用性備受限制。諸如本文第一節所列舉之談判問題，即無法獲得解決。所以，本文著手「多元談判賽局」(multi-issue bargining games)的研究，其目的在擴大談判理論的應用範圍。其次，本文證明 Nash 的推測在多元談判的情況下能否成立，則視情況而定。如在「折現法」之下，其推論爲眞；在「談判成本法」之下，則不復成立。

三、折現法之下的完全均衡

本文假定談判者之效用 U_i是 X 的函數，因此唯有「效用」是談判者所關切的課題。爲了便於討論起見，先對效用函數予以標準化，定義 $V_i(X)$爲：

$$V_i(X)=U_i(X)-U_i(\bar{X})，i=1,2$$

因此 $V_i(\bar{X})=0$，此一標準化之目的在將談判破裂的後果平移到原點上，這對簡化分析頗有助益。

現令 $S\in R^2_+$ 爲效用平面 (V_1,V_2) 上，雙方經由談判所可能達成的各種結果所成之集合，並令 $d=(V_1(\bar{X}),V_2(\bar{X}))$ 爲談判破裂後，雙方效用水準所成之有序對。很明顯地，$\{S，d\}$ 可用來取代原先代表談判狀況的 $\langle m;n;x;\bar{x};u\rangle$。此乃因爲談判者基本上是爲了爭取本身之效用與對手「討價還價」，所以，談判事項的多寡已無關緊要，至於談判的結果 X，最後可以從 V_1,V_2 與 X 的對應關係求得[5]。

本模型進一步所須設定的是：令 $V_2=\phi(V_1)$ 爲 S 集的效用可能曲線，並假定 ϕ 爲連續，可微分、單調遞減之函數[6]，同時以 $\Psi\equiv\phi^{-1}$ 代表 ϕ 的反函數。再者，定義 $\delta_i\equiv e^{-r_i\Delta}, i=1,2;\delta_i\in(0,1)$ 代表談判者 i 的折現率。如此即完成全部的設定工作。

談判模型經此設定之後，若採「折現法」表達談判者的時間偏好，（亦即，雙方若於第 t 期達成 X 協議，則效用之折現值爲 $V_i(X)\delta_i^t, i=1,2$），並運用前文所述「完全均衡」之概念，可以證明談判的均衡如下述定理所示。

〔定理一〕令 V_1^* 與 V_2^0 分別滿足下列方程式：

$$V_1^*=\Psi(\delta_2\phi(\delta_1V_1^*))$$
$$V_2^\circ=\phi(\delta_1\Psi(\delta_2V_2^\circ))$$

且 $\phi''\leqq 0$，則(i)由甲方先提建議時，(V_1^*,V_2^*) 是唯一的完全均衡點，其中 $V_2^*=\phi(V_1^*)$。(ii)若由乙方先提建議，則「唯一的」完全均衡爲：(V_1^0,V_2^0)，其中 $V_1^0=\Psi(V_2^0)$。

〔證明〕本定理採「反覆消除劣勢策略法」得證。證明過程見附錄(A)。

〔定理一〕是 Rubinstein(1982)均衡定理的推廣，因爲在 Rubinstein 的模型中，效用可能曲線爲一直線，亦即 $\phi(V_1)\equiv 1-V_1$ 或 $\Psi(V_2)=1-V_2$。現若以這兩項函

數配合〔定理一〕求解談判均衡，可得：

$$(V_1^*,V_2^*) = [(1-\delta_2)/(1-\delta_1\delta_2),\delta_2(1-\delta_1)/(1-\delta_1\delta_2)]$$

此一數值與 Rubinstein 之結論相吻合。此驗證〔定理一〕是 Rubinstein 均衡定理從一元到多元的推廣。

〔定理一〕若有不盡令人滿意之處，最主要是以下兩點。第一，談判者不一定完全清楚談判對手的偏好和底線。換言之，談判通常是在訊息不完全的情況下進行的，而本模型並未考慮是項因素。第二，談判雙方輪流提議的過程中，每一次提議與下一次提議間的時間間隔，即△，通常很短，時間差愈短，由誰先提建議，就愈發不重要。但是〔定理一〕却明白顯示甲方先提議的均衡(V_1^*,V_2^*)與乙方先提議的均衡(V_1^0,V_2^0)不在同一點上。

面對這兩項問題，本文不擬處理訊息不完全之問題，因爲訊息不完全下的談判均衡，所索涉的層面太廣，似宜以另文分析。至於「各次提議之間的時間差問題」則應詳加析論，以補〔定理一〕之不足。

所以，現今所欲考慮的問題就是：如果逐次提議的時間差距，微乎其微，亦即，取△之極限趨近於零，則多元談判之結果，將作何種改變？均衡在此極限下的性質爲何？

在展開正式分析前，首先定義下述關鍵性符號與方程式：

$$X^N = \arg\max[V_1(X)^{\lambda_1}V_2(X)^{\lambda_2}]，\lambda_1 = r_2/r_1+r_2 \quad \lambda_2 = r_1/r_1+r_2 \tag{4}$$

$$\eta(V_1) \equiv -\frac{V_1}{\phi(V_1)} \cdot \frac{d\phi(V_1)}{dV_1} \tag{5}$$

(4)式的 X^N根據定義乃是 Nash 談判模型的均衡解，該式並賦予談判者不同的談判力λ_i，λ_i隨r_i之上升而下降。換言之，耐心不足（即折現率較高）的談判者其談判力較低。至於$\eta(V_1)$則是效用可能曲線$\phi(V_1)$的彈性，如(5)式所示。此外，以 V^d_i代表，當時差△趨近於零時，第i個談判者在均衡下所獲得的效用水準。並以 X^d表示，當△趨近於零時，多元談判的均衡。

利用前述之定義和符號，取△之極限趨近於零，下述定理成立。

〔定理二〕

(i) $\eta(V_i^d)=r_2/r_1$

(ii) $X^d=X^N$

〔證明〕 見附錄 B

〔定理二〕的第一點顯示，在極限下的談判均衡（以效用水準表達）發生在效用可能曲線之彈性等於(r_2/r_1)，亦即(λ_1/λ_2)的點上。至於〔定理二〕的第二點則顯示：極限下的談判均衡等於古典的 Nash 談判均衡解。這兩項特性，對於如何應用多元談判理論於實際問題，貢獻良多。因爲它所提供的理論基礎，可以幫助不以賽局論爲專攻領域的學者，利用簡易的 Nash 談判解和一般的最適化分析法，尋找「多元談判賽局的完全均衡」。其方法如第五節範例所示。

至於〔定理二〕的其他性質，可進一步說明如下：

(1)在極限下，(V_1^*,V_2^*)與(V_1^0,V_2^0)同時趨近於(V_1^d,V_2^d)，亦即談判之均衡與何方先提建議無關。如此便解決了〔定理一〕之短。

(2)如果效用可能曲線的彈性$\eta(V_1)$爲固定常數，則均衡的合理性和唯一性便受考驗。例如當$\eta(V_1)=k$，k 爲固定常數，且$k\neq r_2/r_1$時，會發生角隅解(corner solution)。此時，談判一方的效用爲零，全部利益悉爲對方所掠取。或者是當$k=r_2/r_1$時，則效用可能曲線上的各點皆爲均衡。所幸這兩種不合理的情況在$\phi''(V_1)\leqq 0$的假定下，都不會出現。因爲$\eta(V_1)$爲固定常數的必要條件是$\phi''(V_1)>0$。

(3)在 Nash 談判模型中，談判力λ_i是用來表現模型本身所無法掌握的「其他」因素，例如談判者的技巧，性格或耐心等。但是〔定理二〕却顯示，λ_i是由模型內生演化而來，且折現率r_i較高的談判者，其談判力相對較弱。證諸直覺，這是一項極合情理的結論。

(4)由於假定$\phi''(V_1)\leqq 0$，所以比較靜態之結果顯示：$dV_i^d/dr_i<0$，$dV_i^d/dr_j>0$；$i,j=1,2,i\neq j$。換言之，談判者的折現率愈高；自身的效用水準愈低，而對手的效用水準則愈高。由於折現率的高低反映談判者對於達成協議的「耐心」程度，所以上述結論乃是「愈有耐心的談判者，收獲愈多」這項共識的最佳佐證。

四、談判成本法之下的完全均衡

前節以折現法表達談判者對時間的偏好。本節則假定每回談判皆會發生一筆與時間長短成等比的成本。談判者因欲歸避該成本，所以希望儘速達成協議。事實上，這兩種計算時間成本的方法，並不足以涵蓋實際現象中所有的談判狀況。換言之，不同的談判問題各有其最合適的方法，模型化談判者對時間的偏好。而本節選擇「談判成本法」加以研究，其原因有二，第一是企圖瞭解時間偏好的設定方式是否會改變多元談判的完全均衡；其次是意欲解決 Rubinstein(1982)在一元談判模型中所遭遇的困擾。詳言之，在談判成本法之下，Rubinstein 模型的均衡極其不合常理，它可能出現角隅解，也可能發生各種協議皆爲均衡的現象。而本節之研究則發現，類似 Rubinstein 的困境不會出現在多元談判的均衡中，除非效用可能曲線是一直線。此外，均衡的諸性質對時間成本的設定方式極爲敏感。例如，在談判成本法之下，均衡點與 Nash 談判解並不相等。換言之，在折現法之下兩者所呈現的對應關係，實不復存在於其他的時間偏好系統下。

在展開討論之前，首先回顧本文第一節所設定的模型：談判者若於第 t 期達成協議，其所獲得的效用，在談判成本法之下爲，$V_i(X)-C_i t\triangle, i=1,2$。式中，$C_i$是每$\triangle$單位時間第 i 個談判者所應負擔的時間成本。現標準化單位時間[7]，令$\triangle=1$，並運用「反覆消除劣勢策略法」得證下述定理。

〔定理三〕令 V_1^{**}與 V_2^{00}分別滿足下列方程式：

$$V_1^{**}=\Psi(\phi(V_1^{**}-C_1)-C_2)$$

$$V_2^{00}=\phi(\Psi(V_2^{00}-C_2)-C_1)$$

若$\phi''<0$，則(i)當由甲方先提議時，(V_1^{**},V_2^{**})是唯一的完全均衡，其中 $V_2^{**}=\phi(V_1^{**})$。(ii)若由乙方先提建議，則唯一的完全均衡是(V_1^{00},V_2^{00})，其中 $V_1^{00}=\Psi(V_2^{00})$

〔證明〕 見附錄 C

〔定理三〕明白顯示均衡的唯一性與效用可能曲線的形狀關係密切。如果效用可能曲線爲一直線時（$\phi''=0$），在前節的「折現法」之下，均衡仍具唯一性。但是，

在「時間成本法」之下，便會出現角隅解或多點均衡。例如在 Rubinstein 的模型中，$\phi \equiv 1 - V_1, \Psi \equiv 1 - V_2$。運用這兩項函數配合〔定理三〕，可發現定理中的兩條方程式或相依或無解。此一結果顯示 Rubinstein 模型在談判成本法之下所遭遇的困境，源於該模型將效用可能曲線設定爲一直線所使然。

其次　〔定理三〕同樣存在著(V_1^{**}, V_2^{**})不等於(V_1^{00}, V_2^{00})的現象。因此，同理於前節之分析，應對△取極限，以便在△趨近於零的條件下觀察完全均衡的性質。

爲便於分析，首先定義 V_i^c與 X^c分別爲極限下的均衡效用水準和均衡談判解，並定義 X^+爲：

$$X^+ = \arg\max\left[\frac{V_1(X)}{C_1} + \frac{V_2(X)}{C_2}\right] \tag{6}$$

則在極限下，均衡的性質如下述定理所示：

〔定理四〕

(1) $-\phi'(V_1^c) = C_2/C_1$

(2) $X^c = X^+$

〔證明〕見附錄 D。

〔定理四〕的第一點顯示，極限下的均衡效用水準 V_1^0發生在效用可能曲線之斜率的絕對值$-\phi(V_1)$等於(C_2/C_1)之點（不論甲方是先提議或後提建議的談判者）。另一方面，由於$\phi'' < 0$，所以 V_1^c乃隨 C_1之上升而下降，並隨 C_2之上升而上升。同理於前，此一比較靜態足以反應「愈有耐心的談判者，收獲愈多」這項共識。至於〔定理四〕的第二點，則是一項值得注意的結論，它證明 $X^c = X^+$，並因(6)式的 X^+，已非 Nash 談判解，所以在「談判成本法」之假定下，均衡的極限並不趨近於 Nash 解。此一發現在談判理論中最重要的意義是：並非所有冠上「策略性分析」的談判賽局皆與 Nash 模型相互對應。所以，固然可以使用 Nash 模型來解折現法之下的談判均衡（不論其爲一元或多元談判）。但是，相同的方法，却不能使用在「談判成本法」的多元談判問題上。

最後，有關 X^+的性質，說明於下；

首先若令 $C_1 = C_2$，則 X^+是極大化$[V_1(X) + V_2(X)]$的解值。這表示，談判者會

在總合效用（利潤）爲最大的點上達成協議。換言之，合作解正是此一不合作賽局在 lim △→ 0 之下的均衡。因此，當效用可能曲線爲一直線時（例如 Rubinstein 模型），總合效用最大的點不是落在端點上（當-$\phi'(V_1)\neq 1$ 時），就是全線各點皆然（當-$\phi'(V_1)=1$ 時）。祇有在$\phi''<0$ 時，才會出現唯一的均衡解。另一方面若考慮 $C_1\neq C_2$的情況，則 X^+是極大化$\left[\frac{V_1(X)}{C_1}+\frac{V_2(X_2)}{C_2}\right]$的解，此時 C_1與 C_2在模型中所扮演的角色乃是；標準化個別談判者的效用。亦即，將效用化成談判成本的倍數，便於相加，以求極大。

五、理論之應用

在本文的第一節中，曾經列舉數個多元談判的經濟問題，這些談判問題的均衡皆適用本文所證明的定理求解。由於篇幅所限，本節不擬針對個別問題逐一求解。僅對模型化的方法略作說明，以爲範例。希望經由這些應用範例，達成示範效果，進而擴大理論的應用層面。

㈠異質雙佔的勾結均衡之談判解[8]

特別強調異質而非同質雙佔的原因是：同質雙佔，廠商會將總產量設定在獨佔的水準上，然後對總利潤之分配進行談判。因此，在同質雙佔的情況下，廠商間的談判實爲一元談判問題，單獨利用 Rubinstein 的理論即可獲解。而異質雙佔廠商，由於雙方事先必須對各別的產量或價格達成協議，才能完成勾結行爲，所以是屬多元談判問題。說明如下：

設雙佔廠商作價格之競爭，利潤函數爲：

$$\pi_i=\pi_i(P_1,P_2),\ i=1,2$$

式中 P_i是第i個廠商的產品價格，現若以 $\bar{P}_i$與$\bar{\pi}_i$分別代表 Bertrand 競爭的均衡價格和利潤，亦即$\bar{\pi}_i=\pi_i(\bar{P}_1,\bar{P}_2)$，則

$$(P_1^c,P_2^c)=\arg\max\ \left[\frac{\pi_1(P_1,\ P_2)-\bar{\pi}_1}{C_1}+\frac{\pi_2(p_1,p_2)-\bar{\pi}_2}{C_2}\right]$$

$$(P_1^d,P_2^d)=\arg\max\ [\pi_1(P_1,P_2)-\bar{\pi}_1]^{\lambda_1}[\pi_2(p_1,p_2)-\bar{\pi}_2]^{\lambda_2};$$

$$\lambda_1 = r_2/r_1 + r_2，\lambda_2 = 1 - \lambda_1$$

上述模型隱含一項假定，亦即，如果談判失敗，廠商會採取 Bertrand 競爭，因此 $d = (\bar{\pi}_1, \bar{\pi}_2)$ 是談判破裂後雙方效用水準的有序對。現以 $\pi_i(P_1, P_2)$ 減去 $\bar{\pi}_i$，置於上列方程式中，其目的是將 d 點移動到利潤平面的原點上，以完成標準化利潤函數的工作，如此便可援用〔定理二〕及〔定理四〕尋找折現法與成本法之下的談判解 (P_1^d, P_2^d) 及 (P_1^c, P_2^c)。

(二)勞資談判[9]

勞資雙方對工資(W)及勞動僱用量(L)進行談判，設資方之利潤為 $\pi(W,L)$ 且 $\partial\pi/\partial W < 0$。工會之效用函數為 $U(W,L)$，且 $\partial U/\partial W > 0$，$\partial U/\partial L > 0$。如果勞方在談判過程中以罷工相要脅，談判破裂的後果將是 $\bar{\pi} = 0$，$U = \bar{U} \geq 0$。因此，勞資談判問題的完全均衡，應由下述方程式決定：

$$(W^d, L^d) = \arg\max [\pi(W,L)]^{\lambda_1} \; [U(W,L) - \bar{U}]^{\lambda_2};\ \lambda_1 = r_2/r_1 + r_2，\lambda_2 = 1 - \lambda_1$$

$$(W^c, L^c) = \arg\max \frac{[\pi(W,L)]}{C_1} + \frac{[U(W,L) - \bar{U}]}{C_2}$$

(三)關稅協商[10]

假設貿易均衡具唯一性，則貿易雙方的社會福利是本國與外國關稅率之函數，設定其為 $W_i(t, t_*)$ 式中 t 為本國 $(i=1)$ 對 n 種進口商品所課徵的關稅稅率(n 元向量)，t_* 為外國 $(i=2)$ 對本國 m 種出口品所課徵之關稅率(m 元向量)。現若兩國在相互威脅進行關稅報復的情況下進行談判，並令報復的均衡為 $W_i(\bar{t}, \bar{t}_*)$，則此談判問題的完全均衡解為：

$$(t^d, t^d_*) = \arg\max [W_1(t, t_*) - W(\bar{t}, \bar{t}_*)]^{\lambda_1} \; [W_2(t, t_*) - W_2(\bar{t}, \bar{t}_*)]^{\lambda_2};$$

$$\lambda_1 = r_2/r_1 + r_2, \lambda_2 = 1 - \lambda_1$$

$$(t^c, t^c_*) = \arg\max \frac{[W_1(t, t_*) - W_1(\bar{t}, \bar{t}_*)]}{C_1} + \frac{[W_2(t, t_*) - W_2(\bar{t}, \bar{t}_*)]}{C_2}$$

六、結論

本文採用「策略性分析法」討論「兩人多元談判賽局」的完全均衡，其重要發現有以下三點：

(1)〔定理一〕是 Rubinstein(1982)一元談判均衡定理的推廣，它適用於兩人多元談判，或談判者之效用函數呈非直線的一元談判問題上。

(2)〔定理二〕證明，在極限下「折現法」的多元談判均衡等於 Nash 談判解，亦即 Binmore(1986)，Binmore,Rubinstein,Wolinsky(1986)等人於一元談判模型中所曾發現的命題，可以推廣到 N 元空間上。這項推廣擴大了談判理論的應用範圍，而在本文的第五節中，即以「關稅協商」，「雙佔勾結」，與「勞資談判」等課題爲例，示範應用方法。

(3)在模型中，爲了促成雙方達成協議，曾經預設「時間偏好」系統，令談判者之效用隨談判時程之縮短而提高，此對談判者構成誘因，所以，均衡的性質會隨時間偏好的設定方式而改變。基於是項考慮，本文之〔定理三〕及〔定理四〕證明，若以「談判成本法」作爲談判者的時間偏好，則其均衡實異於慣常所使用的「折現法」。尤有甚者，在極限下，談判成本法的均衡不等於 Nash 解。換言之，Nash 解不能無條件地使用在所有以「策略性分析法」爲題的談判問題中。

談判理論應依據實際的談判狀況，設定談判過程與時間偏好，所以不會有放諸四海皆準，普世化的談判模型。而本模型放在眞實的社會中，其所能代表的實例，較諸 Rubinstein 的模型，已更接近眞實的世界。

附錄

(A)〔定理一〕之證明

茲採「反覆消除劣勢策略法」證明本定理，其原理是從所有可行策略中逐步剔除劣等策略，淘汰到剩下唯一無法被剔除者爲止。而該策略即爲本不合作談判賽局之均衡解。此一證明過程，極爲冗長，且需下述引理配合：

〔引理一〕若 $\phi''\leqq 0$，則方程式 $V_1=\Psi(\delta_2\phi(\delta_1 V_1))$ 有唯一的解。

〔證明〕　令 $g(V_1)\equiv\Psi(\delta_2\phi(\delta_1 V_1))$，故

$$g'(V_1)=\delta_1\delta_2\Psi'(\delta_2\phi(\delta_1 V_1)\phi'(\delta_1 V_1) \tag{A 1}$$

式中 $\delta_1,\delta_2<1$。若 $\phi''\leqq 0$，則 $0<g'(V_1)<1$，$g(V_1)$ 爲「contraction 函數」，所以

$g(V_1)$有唯一的定點(fixed point)，得證。

爲了證明〔定理一〕，定義G(1)及G(2)分別爲「輪由甲方提議」及「輪由乙方提議」的子賽局(sub game)。並令$\bar{V}_2=\phi(0)$,$\bar{V}_1=\Psi(0)$。全部之證明分成六個步驟：

〈I〉 $\exists\alpha>0$，使得乙方在G(1)拒絕$V_1\in[0,\alpha)$爲一劣勢策略(dominated strategy)。

〔證明〕乙方在G(2)最多可望獲得$\bar{V}_2$，而$\bar{V}_2$在G(1)的現值爲$\delta_1\bar{V}_2$，因此乙方若在G(1)拒絕$V_1\in[0,\Psi(\delta_2\bar{V}_2)$誠屬不智。現令$\alpha\equiv\Psi(\delta\bar{V}_2)$，得證。

〈II〉 若乙方在G(1)拒絕$V_1\in[0,\alpha)$爲劣勢策略，則其拒絕$V_1\in[0,\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\alpha)))$同屬不智。

〔證明〕 設若乙方在G(1)拒絕$V_1\in[0,\alpha)$，則在G(2)時，甲方若接受$V_1\in[0,\delta_1\alpha)$實不如等待一期，再作$(V_1/\delta_1)+\varepsilon$的要求（$\varepsilon$爲任意小的正實數）此要求乙方無法回絕，且$(V_1/\delta_1)+\varepsilon$的現值大於$\delta_1\alpha$。此得證甲方在G(2)不應接受$V_1\in[0,\delta_1\alpha)$。既然如此，乙方在G(2)最多可望獲得的效用不是$\bar{V}_2$，而是$\phi(\delta_1\alpha)$。是知，乙方在G(1)拒絕$\delta_2\phi(\delta_1\alpha)$（即，$\phi(\delta_1\alpha)$之現值）誠屬不智，此得證：乙方在G(1)，拒絕$V_1\in[0,\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\alpha)))$爲一劣勢之策略。

〈III〉 令α^*滿足方程式：$\alpha=\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\alpha))$，則乙方在G(1)拒絕$V_1\in[0,\alpha^*)$爲一劣勢策略。

〔證明〕由〈I〉〈II〉知：$\exists\alpha>0$，使得乙方在G(1)拒絕$V_1\in[0,\alpha)$與$V_1\in[0,\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\alpha)))$同屬劣勢策略。因此可以令$\alpha^1\equiv\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\alpha))$，得證：拒絕$V_1\in[0,\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\alpha^1)))$亦爲劣勢策略。再令$\alpha^2\equiv\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\alpha^1))$，同理可證，乙方拒絕$V_1\in[0,\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\alpha^2)))$是劣勢策略。若反覆此一過程，且$\phi''\geq0$，根據〔引理一〕，數列〔$\alpha^1,\alpha^2,\cdots\cdots$〕會收斂於$\alpha^*$，故得證。

〈IV〉 $\exists\beta>0$，使得乙方在G(1)接受$V_1\in(\beta,\bar{V}_1]$爲一劣勢策略。

〔證明〕令$\beta=\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\bar{V}_1))$，乙方若接受$V_1\in(\beta,\bar{V}_1]$實不如等待一期，然後要求

$V_2 \equiv \phi(\delta_1 \bar{V}_1 + \varepsilon)$，此乃因爲甲方不會拒絕是項建議(若拒絕，甲方在次期可望獲得的最高效用爲 $\bar{V}_1$，而 $\bar{V}_1$的現值爲$\delta_1\bar{V}_1$小於乙方所願提供的$\delta_1\bar{V}_1+\varepsilon$，所以甲方不會拒絕 $V_2 \equiv \phi(\delta_1 V_1 + \varepsilon)$之建議），而且$\phi(\delta_1\bar{V}_1+\varepsilon)$在 G(1)的現值爲$\delta_2\phi(\delta_1\bar{V}_1+\varepsilon)$，現令 $\lim \varepsilon \to 0$,則$\delta_2\phi(\delta_1\bar{V}_1+\varepsilon)=\delta_2\phi(\delta_1\bar{V}_1)$，因此乙方在 G(1)接受 $V_1 \in (\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\bar{V}_1),\bar{V}_1)$，亦即接受 $V_2 < \delta_2\phi(\delta_1\bar{V}_1)$誠屬不智，故得證。

〈V〉令β^*滿足方程式：$\beta = \Psi(\delta_2\phi(\delta_1\beta))$。若乙方在 G(1)接受 $V_1 \in (\beta,\bar{V}_1]$爲一劣勢策略，則其在 G(1)接受 $V_1 \in (\beta^*,\bar{V}_1]$同屬不智。

〔證明〕乙方在 G(1)應該拒絕 $V_1 \in (\beta,\bar{V}_1]$，因此賽局邁入 G(2)，在 G(2)時甲方若拒絕 $V_1 \in (\delta_1\beta,\bar{V}_1]$則屬不智（因爲甲方在 G(1)可望獲得的最高效用不是 $\bar{V}_1$，而是β，但β在 G(2)的現值爲$\delta_1\beta$，所以甲方在 G(2)拒絕 $V_1 > \delta_1\beta$是劣勢策略）。既然如此，所以乙方在 G(1)不應接受 $V_1 \in (\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\beta),\bar{V}_1]$，因爲乙方與其接受，不如等待一期，然後提出 $V_2 = \phi(\delta_1\beta+\varepsilon)$的要求，此不會爲甲方所拒絕（理由同前），且$\phi(\delta_1\beta+\varepsilon)$的現值在 $\lim \varepsilon \to 0$ 的情況下等於 $\delta_2\phi(\delta_1\beta)$。此得證乙方在 G(1)接受 $V_1 \in (\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\beta))$，$\bar{V}_1)$，亦即，接受 $V_2 < \delta_2\phi(\delta_1\beta)$實爲一劣勢策略。

現令$\beta^1 \equiv \Psi(\delta_2\phi(\delta_1\beta))$，可證：乙方在 G(1)接受 $V_1 \in (\Psi(\delta_2\phi(\delta_1\beta^1),\bar{V}_1]$爲劣勢策略。再令$\beta^2 \equiv \Psi(\delta_2\phi(\delta_1\beta^1))$，同理可得類似上文之命題。若反覆此一過程，且$\phi'' \geq 0$，則根據〔引理一〕，數列$[\beta^1,\beta^2,\cdots\cdots]$會收斂於$\beta^*$，故得證。

〈VI〉令 V_1^*滿足方程式：$V_1 = \Psi(\delta_2\phi(\delta_1 V_1))$。根據〈III〉，乙方在 G(1)拒絕 $V_1 < V_1^*$爲一劣勢策略。根據〈V〉，乙方在 G(1)接受 $V_1 > V_2^*$亦爲一劣勢策略。因此甲方在 G(1)提議 $V_1 = V_1^*$乙方接受之，乃是唯一未被淘汰的策略，所以(V_1^*,V_2^*)是由甲方先提建議的唯一均衡解。

現若從甲方的立場，重複上述〈I〉至〈VI〉之推理過程，可以證明：(V_1^0,V_2^0)是由乙方先提建議的唯一均衡點。〔證明完畢〕

(B)〔定理二〕之證明

（I）已知 $V_1^* = \Psi(\delta_2\phi(\delta_1 V_1^*))$，$\delta_i \equiv e^{-r_i\Delta}$故 $V_1^* = \Psi(e^{-r_2\Delta}\phi(e^{-r_1\Delta}V_1^*))$，或 $\phi(V_1^*) = e^{-r_2\Delta}\phi(e^{-r_1\Delta}V_1^*)$，取對數後可得：

$$\ell n\phi(V_1^*) = -r_2\triangle + \ell n\phi(e^{-r_1\triangle}V_1^*) \tag{B 1}$$

現令 $V_1^* \equiv e^s, \ell n\phi(e^s) \equiv h(s)$，則(B 1)式可改寫成爲：

$$h(s) = -r_2\triangle + h(-r_1\triangle + s) \tag{B 2}$$

根據「中值定理」(mean value theorem)：

$$h(-r_1\triangle + s) = h(s) - r_1\triangle\, h'(s^0);$$
$$s^0 \in [s - r_1\triangle,\ s] \tag{B 3}$$

將(B 3)納入(B 2)式，整理後可得，

$$-h'(s^0) = (r_2/r_1) \tag{B 4}$$

由於$\lim\limits_{\triangle\to 0} s^0 = s$，因此當$\lim\triangle \to 0$時，(B 4)中的 s_0可以用 s 替代。

再者，$-h'(s) \equiv -[e^s\phi'(e^s)] \equiv -[V_1\phi'(V_1)/\phi(V_1)] \equiv \eta(V_1)$，所以當

$$\lim\triangle \to 0 \text{ 時，} \eta(V_1^d) = (r_2/r_1) \tag{B 5}$$

此得證〔定理三〕的第(i)點。

(II) 若以效用水準表示 Nash 談判解，即令 $V_1^N \equiv V_1(X^N)$則 V_1^N可以從下述模型中求解：

$$V_1^N = \arg\max\ V_1^{\lambda_1}\phi(V_1)^{\lambda_2} \tag{B 6}$$

此一極大化問題的一階條件爲：

$$\eta(V_1^N) = (\lambda_1/\lambda_2) \tag{B 7}$$

現令$\lambda_1 = r_2/(r_1+r_2)$，$\lambda_2 = r_1/(r_1+r_2)$，則可推論 $V_1^d = V_1^N$(此乃因爲$\phi'' \leqq 0$，故η必爲一單調函數使然)，兩者既然在效用可能曲線上共一點，實則隱含 $X^d = X^N$。

〔證明完畢〕

(C)〔定理三〕之證明

茲謹證明下述引理，其餘部份與〔定理一〕之證明法雷同，故從略。

〔引理二〕若$\phi'' < 0$，則方程式 $V_1 = \Psi(\phi(V_1 - C_1) - C_2)$有唯一的解。

〔證明〕令$f(V_1)\equiv\Psi(\phi(V_1-C_1)-C_2)$所以，

$$f'(V_1)=\Psi'(\phi(V_1-C_1)-C_2)\,\phi'(V_1-C_1)$$

若$\phi''<0$，則$0<f'(V_1)<1$，$f(V_1)$爲「contraction 函數」，所以$f(V_1)$有唯一的定點。得證。

(D)〔定理四〕之證明

（I）已知$V_1^{**}=\Psi(\phi(V_1^{**}-C_1\triangle)-C_2\triangle)$，對等號兩邊取$\Psi$之反函數可得：

$$\phi(V_1^{**})=\phi(V_1^{**}-C_1\triangle)-C_2\triangle \tag{D 1}$$

根據中值定理，

$$\phi(V_1^{**}-C_1\triangle)=\phi(V_1^{**})\ -C_1\triangle\phi'(\tilde{V}_1)\ ;\ \tilde{V}\in[V_1^{**}-C_1\triangle,\ V_1^{**}] \tag{D 2}$$

將上式代入(D 1)式，整理後可得，

$$-\phi'(\tilde{V}_1)=(C_2/C_1) \tag{D 3}$$

由於$\lim\tilde{V}_1=V_1^{**}$，若以符號V_1^c代表此一極限下的V_1數值，則$-\phi(V_1^c)=(C_2/C_1)$。此得證〔定理四〕的(I)點。

（II）令$V_1^+\equiv V_1(X^+)$，並定義V_1^+爲：

$$V_1^+=\arg\max\ \frac{V_1}{C_1}+\frac{\phi(V_1)}{C_2} \tag{D 4}$$

上述極大化問題的一階條件爲：

$$-\phi(V_1^+)=(C_2/C_1) \tag{D 5}$$

由於$\phi'<0$，故$V_1^c=V_1^+$，兩者在效用可能曲線上共一點，因此$X^c=X^+$。〔證明完畢〕

註釋

1. Rubinstein 談判理論的發展與成果，在 Rubinstein(1987)與 Sutton(1986)的論文中有詳實之說明。
2. 在 Nash(1950)原始模型中，並不曾考慮談判能力差異之問題。(3)式係 Roth(1979)一般化 Nash 模型後所得到的結果。如果令$\lambda_i=1/2$，亦即每一個談判者之談判能力相等，則爲 Nash 之原初模式。
3. 下述輪流提案模型，係由 Stahl(1972)首先提出的。
4. 參見 Gul and Sonnenschein(1988)對訊息不完全之談判模型的評介。
5. 茲以兩個談判事項的情況爲例，說明此一對應關係。首先，令 $n=2$，則 $X \in R^2$。由於談判者爲爭取本身之效用而進行談判，如果雙方同意第一個談判者可得V_1^*的效用，則可於 X 平面上標定出一條效用水準等於V_1^*的效用無異曲線。線上各點帶給第一個談判者的效用水準相同，但是各點帶給第二個談判者的效用卻不盡相等。因此，我們可以在此無異曲線上找出能令$V_2(X)$爲極大的點，令其爲 X^*，並以V_2^*代表第二個談判者此時所能獲得的效用水準。則 X^*便是「多元」談判的結果。換言之，雙方是在「契約曲線」(contract curve)上談判，談判結果落在契約曲線上的某一點，而雙方之效用則爲通過此點之無差異曲線所代表的效用水準。
6. 從效用可能曲線與契約曲綫的數學對應關係，不難證明：如果$V_1(X)$，$V_2(X)$爲連續，可微分之函數則ϕ爲連續，可微分之函數（參見 Silberberberg(1978, p.471-4)。若進一步假定$V_1(X)$及$V_2(X)$爲 quasi-concave 函數，則ϕ爲單調遞減函數（參見 Silberberg(1978, p.474)）。
7. 令$\triangle=1$可簡化〔定理三〕的敍述方式，其對結論並無影響。
8. Schmalensee(1987)曾以 Nash 談判理論討論同質寡佔的勾結問題。
9. McDonald and Solow(1981)曾以 Nash 談判理論討論勞資談判問題。
10. Mayer(1981)與 McMillan(1984)對關稅協商的研究值得參閱。

參考資料

Admati, A. and M. Perry

1987 "Strategic Delay in Bargaining," *Review of Economic Studies,* 345-64.

Binmore, K. G.

1986 "Nash Bargaining Theory, II," In K. Binmore and P, Dasgupta (eds.) *Economics and Bargaining,* Oxford: Blackwell.

Binmore, K. G. and M. J. Herrero

1988a "Matching and Bargaining in Dynamic Markets," *Review of Economic Studies* 55:17-31.

1988b "Security Equilibrium," *Review of Economic Studies* 55:33-48.

Binmore, K. G., A. Rubinstein, and A. Wolinsky

1986 "The Nash Bargaining Solution in Economic Modelling," *Rand Journal of Economics* 17:176-88.

Fudenberg, D. and J. Tirole

1983 "Sequential Bargaining und Incomplete Information," *Review of Economic Studies* 50:221-47.

Fudenberg, D., D. Levine and J. Tirole

1985 "Infinite-Horizon Models of Bargaining with One-side Incomplete Information," In A. Roth (ed) *Game-theoretic Models of Bargaining.* Cambridge: Cambridge U.P.

1987 "Incomplete Information Bargaining with Outside Opportunities," *Quarterly Journal of Economics* 102:37-50.

Gale, D.

1986a "Bargaining and Competition Part I: Characterization," *Econometrica* 54:785-806.

1986b "Bargaining and Competition Part II: Existence," *Econometrica* 54:807-18.

Grossman, S. and M. Perry

1986a "Perfect Sequential Equilibrium," *Journal of Economic Theory* 39:97-119.

1986b "Sequential Bargaining under Asymmetric Information," *Journal of Economic Theory* 39:120-54.

Gul, F. and H. Sonnenschein

1988 "On Delay in Bargaining with One-sided Uncertainty," *Econometrica* 56:601-11.

Mayer, W.

1981 "Theoretical Considerations on Negotiated Tariff Adjustments," *Oxford Economic Paper* 33:135-53.

McDonald, I. M. and R. M. Solow

1981 "Wage Bargaining and Employment," *American Economic Review* 71:896-908.

McMillan, J.

1984 *Game Theory in International Economics,* Chur: Harwood Academic Publishers.

Nash, J. F.

1950 "The Bargaining Problem," *Econometrica* 18:155-62.

1953 "Two-person Cooperative Games," *Econometrica* 21:128-40.

Perry, M.

1986 "Who Has the Last Word? A Bargaining Model with Incomplete Information," *Econometrica* 54:313-22.

Roth, A. E.

1979 "Axiomatic Models of Bargaining," *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems,* No. 170, Berlin: Springer-Verlag.

Rubinstein, A.

1982 "Perfect Equilibrium in a Bargaining Model," *Econometrica* 50:97-109.

1985 "A Bargaining Model with Incomplete Information," *Econometrica* 53: 1151-72.

1987 "A Sequential Strategic Theory of Bargaining," In T. F. Bewley (ed) *Advances in Economic Theory – Fifth World Congress.* New York: Cambridge U.P.

Rubinstein and A. Wolinsky

1985 "Equilibrium in a Market with Sequential Bargaining," *Econometrica* 53:1133-50.

Schmalensee, R.

1987 "Competitive Advantage and Collusive Optima," *International Journal of Industrial Organization* 5:351-67.

Selten, R.

1975 "Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extension Games," *International Journal of Game Theory* 4:25-53.

Shaked, A. and J. Sutton

1984 "Involuntary Unemployment as a Perfect Equilibrium in a Bargaining Model," *Econometrica* 53:1351-64.

Silberberg, E.

1978 *The Structure of Economics.* New York: McGraw-Hill.

Stahl, I.

1972 *Bargaining Theory.* Stockholm: Stockholm School of Economics.

Sutton, J.

1986 "Non-Cooperative Bargaining Theory: An Introduction," *Review of Economic Studies* 53:709-24.

Perfect Equilibrium in a Multi-issue Bargaining Model

Jun-ji Shih

Abstract

The purpose of this paper is to develope a theortical framwork within which the outcomes of multi-issue bargaining can be described. The way to do this is to convert the multi-issue bargaining problem into a problem of bargaining about the division of utility between the bargainers, and then employing the method of iterated removal of dominated strategies to verify the existence of the unique perfect equilibrium of this game and characterizes that equilibrium. We find that, as long as the costs of prolonged negotiations are modeled as the discounting of future outcomes, the unique perfect equilibrium outcome approaches the Nash bargaining solution. However, if the central motive to reach an agreement is instead provided by the fixed per-period bargining costs, then the relations between the limit perfect equilibrium and the Nash solution would vanish.