《人文及社會科學集刊》
第十三卷第一期 (90/3), pp. 1-31

組織內單票制最適配票策略之研究

黃允成
國立屏東科技大學工業管理系

本文針對組織內單票制之投票選舉提出最適配票策略，期使我方派系在既有條件下，達到當選席次極大化之目標。在充分情報下，本文提出賽局理論之Nash均衡分析，以找出對我方最有利之配票策略；在不充分情報下，本文提出貝氏參數估計、單邊 Chebyshev 不等式定理及 Overbooking 統計方法，以找出符合要求之最低可當選票數。而在最適配票數已知的條件下，本文提出一數學規劃模型，以期細部配票作業之滿意度達到最大化之目標。最後，本文提出八點結論作爲後續應用及研究之參考。

關鍵詞：配票策略，Nash 均衡分析，單邊 Chebyshev 不等式

1.前言

投票選舉是組織內分配決策權力及重要資源最重要的方式之一。例如董監事、理監事、委員會委員、代表會代表之選舉投票等。若當選者僅有一人時，當然以最高票者當選；但若當選者超過一人時，則如何透過選票之規劃，使我方之當選席次最大化，是組織內各派系關注的焦點。本文即從組織內派系之觀點，探討我方派系如何透過選票之規劃，以達我方總當選席次最大化之目標。由於投票方式將直接影響選票規劃方式，因此本文針對單票制之選

收稿日期：88 年 8 月 6 日；接受刊登日期：90 年 3 月 21 日

舉方式進行研究。所謂單票制係指每一位投票人最多僅能圈選一位候選人之謂也。而所謂選票規劃係指針對我方派系之合格選民，進行指定投票之謂也。選票規劃亦稱爲配票。

就企業組織而言，不論是上市公司或未上市公司，由於主要股東可能具有不同之背景及利益考量，經常會出現利益衝突或見解紛歧的情況，此時各主要股東爲擴大其在組織中的影響力，可能會在市場上買進該公司的股票，或糾結小股東或利害與共之投資人，經由收購委託書或利益結盟的方式，在股東大會或董監事選舉中彼此結合，成爲一組織內之派系，在董監事選舉中，經由合縱連橫，以擴大其當選席次，藉以發揮其在組織中之決策影響力。例如公司派與市場派，當權派與在野派等。此種現象，在我國之公司組織中，尤其是上市公司，頗爲常見。

在財團法人或社團法人中，如農會、漁會、信用合作社及各種基金會等，只要不同的會員間或董監事、理監事間彼此利益衝突或對重大政策的見解紛歧，組織中自然會有派系產生，一方面藉以鞏固己方利益，另一方面，擴大其在組織中之決策權力。本文即從組織中派系之立場，探討如何在已知的條件下，透過配票策略之運作，使我方派系之選票作最有效之分配，使我方派系之當選席次極大化，以發揮其在組織中之決策影響力。

2. 文獻探討

投票理論是決策分析中相當重要的一環。因此，許多學者從不同的觀點，對投票相關之議題加以研究，包括從投票方法進行研究的有 Brams (1990)、Fishburn and Little (1988)、Salant and Goodstein (1990)、Gutowski and Georges (1993)、Felsenthal et al. (1993)、Fisher and Ryan (1995)，探討不同的投票方法對投票結果之影響。利用 LOGIT 迴歸模式進行投票行爲之因果關係進行研究的有 Coates and Munger (1995)、McGuire and Ohsfeldt (1989)、Barzel and Sass (1990)。從效用分析觀點對投票行爲進行研究的有 Stratmann (1995)、Usher (1994)、Berg (1996)、Visser (1994)、Sieg and Schulz (1995)、Blais et al. (1995)、Zuckerman et al. (1994)、Myerson and

Weber (1993)、Budge (1994)。從賽局分析觀點對投票策略進行分析的有 Sloth (1993)、Haller (1994)、McGinnis and Williams (1993)。而本研究擷取賽局分析之觀點，作爲本研究的分析工具之一，所不同者，係本文以 Nash 均衡分析爲賽局分析之基礎，以組織內不同派系爲分析之主體，以取得最有利的當選席次爲競爭之目標，以配票爲爭取席次之手段。此點與其他學者之研究顯有不同。關於配票策略方面，Aragon (1989)、Horne (1989)、Weston and Copeland (1986)、Joy (1984)、Rao (1987) 及 Ross et al. (1993) 提出簡單配票策略公式，作爲組織內最穩健之配票方式。Haller (1994) 提出合作結盟的觀點，並從 Shapley value 探討結盟之利弊得失，以作爲與不同黨派間結盟與否之依據。至於從其他角度（如圖形理論、光譜分析等）切入進行投票理論之研究者包括 Romer and Rosenthal (1984)、Merrill (1993)、King (1994)。以上學者所提出之配票策略，係一最簡單、最穩健之配票策略。本研究將以此一配票策略爲基礎，再將各種不同的條件及限制因素加以引入，藉以推導出更符合實際需求之配票策略模式。

以上之研究文獻，皆未從組織內派系之觀點出發，探討在單票制且多人可當選之情況下，如何透過配票策略之運作，以達我方派系當選席次極大化之目標。此一現象或許可以解釋爲國外企業規模龐大，股權分散，經營權與所有權分離，派系存在的價值不高所致。因此，國外學者對投票理論的研究，大多從個體或整體的角度出發，探討個體或整體的利益極大化。而我國國情不同，組織規模相對較小，股權相對而言較不分散，且大股東經常涉入公司的經營。因此，在我國，從組織內派系的觀點，進行組織內配票策略之研究，確有其實用價值，此即本文針對此一主題加以切入分析之原因。值得一提的是，派系是介於個體和組織整體之間的一種次級團體，是一種組織內部的利益團體，例如公司派與市場派、當權派與在野派、甲大股東派和乙大股東派等等。

3.配票策略模式之分析與建構

當法定總當選席次等於 1 時，表示最後僅有一人可當選，此時獲得最多

選民支持之候選人，方能當選。在此情況下，組織內各派系之配票策略至爲單純，只需將該派系所有選票支持某一特定規劃人選即可，至於該特定規劃人選能否當選，端視該派系所掌控之合格選民數多寡而定。因此，本文針對法定總當選席次大於 1，總候選人數大於法定總當選席次，總合格選民數大於或等於 4，投票採單票制且最多僅能圈選一人之情況進行研究。期經由配票策略之規劃，使我方派系之當選席次在既定條件下達到最大化之目標。茲將配票策略分析於後：

符號定義：

N＝法定總當選席次 ($N \geq 2$)

L＝總候選人數 ($L > N$)

M＝總合格選民數 ($M \geq 4$)

V_s＝簡單配票策略下之穩當選票數

首先針對最簡單之情況加以探討，當投票率爲百分之百，廢票率爲 0 且無散戶存在。此時各候選人之穩當選票數 V_s 爲（Joy, 1984; Horne, 1989; Aragon, 1989; Weston and Copeland, 1986; Rao, 1987; Ross et al., 1993）：

$$V_s = \left[\frac{M}{N+1} + 1\right], \quad [\quad]\text{：此爲高斯符號，表取整數} \tag{1}$$

公式(1)表示將所有選票平均分配給 $N+1$ 位候選人，則此 $N+1$ 位候選人爲前 $N+1$ 位高票者，若有候選人得票數比此票數多一票，則此候選人必可擠進前 N 名的當選名單中。亦即候選人之得票數若大於或等於 V_s，則此位候選人必可穩獲當選。另外，若配票數爲 $\left[\frac{M}{N}\right]$，則在 $N \geq 2$、$M \geq 4$ 且 $V_s > 2$ 的前提下，經由簡單的代數運算，可證明下式成立：

$$\left[\frac{M}{N+1} + 1\right] \leq \left[\frac{M}{N}\right] \tag{2}$$

以上之分析並未考量組織內派系之存在。當組織內各派系凝聚力相當強時，則所需之當選票數必須加以修正，茲分析於後：

Y_i：表第 i 大派系所擁有之合格選民數，且 $i=1, 2, ..., \mathrm{k}$

λ：表散戶人數（不屬於任何派系之合格選民人數）

$$M=\left(\sum_{i=1}^{k} Y_i\right)+\lambda \tag{3}$$

若散戶之投票行爲不偏向任何候選人，呈均勻分配，則各派系之穩當選配票數可修正爲 V_1 之票數：

$$V_1=\left[\frac{M-\lambda}{N+1}+1\right] \tag{4}$$

若各派系所擁有之合格選民人數相差非常懸殊，則各派系穩當選配票可再向下修正。即：

當 $\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{Y_i}{V_1}\right]<N$，則各派系之穩當選配票數小於 V_1。

至於確切之穩當選配票數，可在下列範圍內進行數值模擬而解得：

$$\left(Y_h'=\max\left\{Y_h \,\middle|\, \sum_{i=1}^{h}\left[\frac{Y_i}{Y_h}\right]>N\right\},\ V_1\right) \tag{5}$$

除此之外，部分派系會因爲某些理由進行結盟以擴大其影響力，此一結盟策略若應用於投票時，將使結盟後之總當選席次大於或等於結盟前各派系當選席次之總和。茲將此現象以性質一說明之：

[性質一]：已知各派系未結盟前之穩當選票數爲 V_1，且 $V_1<V_s$，若第 h 與第 k 派系結盟，則結盟後之穩當選總席次大於或等於結盟前各派系穩當選席次之總和。即：$\left[\frac{Y_h+Y_k}{V_1}\right]\geq\left[\frac{Y_h}{V_1}\right]+\left[\frac{Y_k}{V_1}\right]$。

[證明]：

已知：$\frac{Y_h}{V_1}\geq\left[\frac{Y_h}{V_1}\right]$ 且 $\frac{Y_k}{V_1}\geq\left[\frac{Y_k}{V_1}\right]$

故：$\frac{Y_h+Y_k}{V_1}\geq\left[\frac{Y_h}{V_1}\right]+\left[\frac{Y_k}{V_1}\right]$

得：$\left[\frac{Y_h+Y_k}{V_1}\right]\geq\left[\frac{Y_h}{V_1}\right]+\left[\frac{Y_k}{V_1}\right]$得證。

上述性質一若進一步推論可獲得如下之一般性結論：

$$\left[\frac{\sum_{j=1}^{m}Y_j}{V_i}\right]\geq\sum_{j=1}^{m}\left[\frac{Y_j}{V_1}\right] \tag{6}$$

公式(6)表示有 m 個派系結盟之情況，j 表參與結盟之派系。若將公式(6)作進一步之分析，可得 m 個派系結盟最多可增加 $m-1$ 席。即：

$$0\leq\left[\frac{\sum_{j=1}^{m}Y_j}{V_i}\right]-\sum_{j=1}^{m}\left[\frac{Y_j}{V_1}\right]\leq\min\left\{N-\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{Y_i}{V_1}\right],m-1\right\}\text{，其中 }Y_k\geq V_1 \tag{7}$$

公式(7)經由簡單代數運算即可得知，故不贅述。

由以上分析可知，結盟策略的確對當選席次有正面之貢獻，此一效果對小派系尤爲重要，因爲就部分小派系而言，未結盟前可能成爲泡沫派系，此時只有透過結盟方不致在選戰中遭完全封殺。至於結盟之後，利益如何分配，人選如何決定，如何找出雙方的互補優勢，端視雙方之協商與談判結果而定。派系結盟行爲並不會漫無目的的擴張，而是會受組織內決策機制與遊戲規則之影響，同時，也會受派系間利益取向與利害關係所左右，因此各派系會從合縱連橫與自身淨利益極大化的角度，思索最適的結盟規模與結盟策略。除此之外，對不同派系而言，法定總當選席次 N 之大小是否對各派系之當選席次有影響，也是我們有興趣之另一課題。一般而言，N 愈大，各派系之當選席次將增加；反之，若 N 愈小，則各派系之當選席次將減少。當 N 小至某一程度，某些派系將遭封殺。茲將此現象以性質二說明之：

[性質二]：在單票制穩健配票策略下，若法定總當選席次 $N<\frac{\sum_{i=1}^{l}Y_i}{M-\sum_{i=1}^{l}Y_i}$，則第 $l+1$ 及其以下之派系將無人可穩獲當選。

[證明]：

已知在 $\sum_{i=1}^{l}\left[\frac{Y_i}{\left[\frac{M}{N+1}+1\right]}\right]\geq N$ 的情況下，則第 $l+1$ 及其以下之派系，在各

派系穩健配票策略下將無人可穩獲當選。故：

$$\sum_{i=1}^{l}\left[\frac{Y_i}{\left[\frac{M}{N+1}+1\right]}\right]\geq N$$

$$\Rightarrow\sum_{i=1}^{l}\frac{Y_i}{\left[\frac{M}{N+1}+1\right]}\geq N$$

$$\Rightarrow\sum_{i=1}^{l}Y_i\geq N\cdot\left[\frac{M}{N+1}+1\right]$$

$$\Rightarrow\sum_{i=1}^{l}Y_i+N>N\cdot\left(\frac{M}{N+1}+1\right)$$

$$\Rightarrow\sum_{i=1}^{l}Y_i>\frac{NM}{N+1}$$

$$\Rightarrow\frac{\sum_{i=1}^{l}Y_i}{M}>\frac{N}{N+1}$$

$$\Rightarrow\frac{M}{\sum_{i=1}^{l}Y_i}<\frac{N+1}{N}$$

$$\Rightarrow\frac{M-\sum_{i=1}^{l}Y_i}{\sum_{i=1}^{l}Y_i}<\frac{1}{N}$$

$$\Rightarrow N<\frac{\sum_{i=1}^{l}Y_i}{M-\sum_{i=1}^{l}Y_i}$$ 得證。

由性質二可知，當 N 小至某一臨界值以下時，某些小派系在未結盟的情況下，將被排擠而無人可穩獲當選。可見法定總當選席次愈少，對愈小之派系愈不利，因此對小派系而言，爭取較多之法定總當選席次 N，爲該派系維繫其生存之重要關鍵。

組織內派系之存在，是爲了爭取對己方最有利之環境，以實現己方最大之利益。因此，各派系基於各種利益或其他因素之考量，經由合縱連橫之結果，最後常形成兩派或三派相互競爭之局面，此時因派系較少且各派系所擁有之合格選民數較多，因此進行選票規劃時，可作更進一步之分析，期使我

方派系之當選席次極大化。不過，值得一提的是，本分析方法亦可適用於多派系之組織情境中。此點可以從底下的 Nash 均衡之定義得知。在已知各派系所擁有之合格選民數的前提下，賽局理論之 Nash 均衡分析（Krep, 1990; Luenberger, 1995; Varian, 1992），有助於最適配票策略之擬訂。茲將 Nash 均衡之定義說明於後：

符號定義：

S_i＝第 i 大派系之可用策略所成之集合，$i=1, 2, ..., \mathrm{I}$。

s_i ＝第 i 派系之某一策略，且 $s_i \in S_i$。

$U_i(s)$＝第 i 派系在 s 策略組合下之 Payoff（此處爲當選席次）。

I＝總派系數

Nash 均衡：若某一策略組合爲一 Nash 均衡，則下列式子成立：

$$U_i(\hat{s}) \geq U_i(\hat{s}_1,\ \hat{s}_2, ...,\ \hat{s}_{i-1}, s_i,\ \hat{s}_{i+1}, ...,\ \hat{s}_I)\text{，}\forall i \text{ 且 } s_i \in S_i\text{。} \tag{8}$$

其中：$\hat{s}=(\hat{s}_1,\ \hat{s}_2, ...,\ \hat{s}_{i-1}, s_i,\ \hat{s}_{i+1}, ...,\ \hat{s}_I)$ 表 Nash 均衡下之策略組合。

由上述之定義可知，於進行 Nash 均衡分析以前，必須先了解各派系可用之配票策略爲何，然後據以分析各種策略組合下，對我方派系最有利之配票策略，以求得在各派系互動結構中之最適配票策略，進而達成在已知條件下當選席次最大化之目標。然而在各派系所掌握的資訊不對稱的情況下，掌握較多資訊之派系將可採取適應性策略，以取得較有利的競爭地位。而就組織內投票行爲而言，可用之配票策略包括：

1、穩健保守策略：對最大派系而言，其規劃候選人之配票數 V_{s1} 爲：

$$V_{s1}=\min\left\{\left[\frac{M}{N+1}+1\right],\ Y_2+1\right\} \tag{9}$$

對其他派系而言，其規劃人選之穩健配票數爲：

$$V_{s2}=\min\left\{\left[\frac{M}{N+1}+1\right],\ Y_2\right\} \tag{10}$$

$$V_{s3}=\min\left\{\left[\frac{M}{N+1}+1\right],\ Y_3\right\} \tag{11}$$

2、穩健樂觀策略：本策略與穩健保守策略最大差別，在於本策略在正常情況下比穩健保守策略少一票。對最大派系而言，其穩健樂觀策略下之配票數 V_{O1} 爲：

$$V_{O1}=\min\left\{\left[\frac{M}{N+1}\right],\ Y_2+1\right\} \tag{12}$$

對第二及第三大派系而言，其穩健樂觀策略下之配票數分別爲：

$$V_{O2}=\min\left\{\left[\frac{M}{N+1}\right],\ Y_2\right\} \tag{13}$$

$$V_{O3}=\min\left\{\left[\frac{M}{N+1}\right],\ Y_3\right\} \tag{14}$$

3、全面封殺策略：此一策略係將該派系所掌握之所有選票平均分配給 N 位規劃人選（N 爲法定總當選席次）。可見此一配票策略是最大派系之專屬策略，因爲其他較小之派系若冒然採用此一策略，形同被全面封殺而自取滅亡，因爲：

$$\frac{Y_1}{N}>\frac{Y_2}{N}>\frac{Y_3}{N}$$

故第一大派系之全面封殺策略下之配票數 V_{k1} 爲：

$$V_{k1}=\left[\frac{Y_1}{N}\right] \tag{15}$$

4、加碼策略：此一策略係假設競爭對手採取全面封殺策略時，我方派系之配票數爲對方配票數再加上一加碼票數之謂也。由於全面封殺策略係最大派系所爲，故加碼策略爲適合於其他派系之配票策略。即第二及第三大派系之加碼策略分別爲：

$$V_{U2}=\min\left\{\left[\frac{Y_1}{N}\right]+f_2,\ Y_2\right\} \tag{16}$$

$$V_{U3}=\min\left\{\left[\frac{Y_1}{N}\right]+f_3,\ Y_3\right\} \tag{17}$$

其中 f_2, f_3 分別爲第二及第三大派系之加碼票數。

5、反加碼策略：此策略係針對加碼策略而設，當其他派系採取加碼策略時，最大派系可針對此一狀況提出反制策略，即反加碼策略，可見此一策略爲最大派系之專屬策略。最大派系於反加碼策略下之配票數 V_{R1} 爲：

$$V_{R1}=\min\left\{\max\{V_{U2}, V_{U3}\}+g_1, \left[\frac{M}{N+1}\right], Y_2+1\right\} \tag{18}$$

g_1 表第一大派系之反加碼票數。

6、下殺策略：在三派競爭情況下，最大派系之下殺策略有第二下殺策略 V_{D2} 及第三下殺策略 V_{D3}；而對第二大派系而言，其下殺策略僅有第三下殺策略 V_{D3}而已。即：

$$V_{D2}=\min\left\{\left[\frac{M}{N+1}\right], Y_2+1\right\} \tag{19}$$

$$V_{D3}=\min\left\{\left[\frac{M}{N+1}\right], Y_3+1\right\} \tag{20}$$

由以上之分析可知，各派系可用之策略集合分別爲：

第一大派系之可用策略集合：$S_1=\{V_{S1}, V_{O1}, V_{K1}, V_{R1}, V_{D2}, V_{D3}\}$ (21)

第二大派系之可用策略集合：$S_2=\{V_{S2}, V_{O2}, V_{U2}, V_{D3}\}$ (22)

第三大派系之可用策略集合：$S_2=\{V_{S3}, V_{O3}, V_{U3}\}$ (23)

在上述三大派系之選戰競爭中，可能之策略組合共有 72 種 (6×4×3)，經由 Nash 均衡分析，找出對我方最有利之配票策略，以達當選席次最大化之目標。有關 Nash 均衡分析將於範例中加以說明。

以上之分析係假設投票率百分之百，廢票率爲 0，沒有散戶或散戶之投票行爲呈均勻分布，且派系之組織動員能力爲百分之百。但在現實情況中，以上之假設常無法滿足，亦即投票率並非百分之百，廢票率大於或等於 0，散戶之投票行爲無法預期，且各派系之組織動員能力無法達到百分之百(即有配票失敗之情況發生)。針對此一情況，本文提出貝氏參數估計理論及過量預訂方法以解決此一問題。茲以數學符號分析說明於後：

符號定義：

P＝總投票率

F＝總廢票率

P_N＝淨投票率

$h(P)$＝P 之先驗機率密度函數（prior pdf）

X＝樣本中會參與投票之人數

$g(X|P)$＝在給定 P 的情況下 X 之條件機率

$m(X)$＝X 之邊際機率函數（marginal pdf）

$K(P|X)$＝在給定 X 的情況下，P 之後驗機率密度函數（posterior pdf）

n_0＝樣本大小（sample size）

$w(X)$＝X 之統計量。即 X 的函數關係（用以估計 P）

$L[P, w(X)]$＝以 $w(X)$ 估計 P 時之損失函數（loss function）

$B(n_0, P)$＝樣本大小爲 n_0 且母體投票率爲 P 之二項分配

由以上之定義可知：$P_N=P\cdot(1-F)$ (24)

且：$X\sim B(n_0, P)$，故在給定 P 的情況下，X 的條件機率 $g(X|P)$ 爲：

$$g(X|P)=\binom{n_0}{X}\cdot P^X\cdot(1-P)^{n_0-X}\text{，}X=0, 1, 2, ..., n\text{，}0<P\leq 1 \tag{25}$$

由於具有 Beta 分配之隨機變數，其值域在 0 與 1 之間，且經由 Beta 分配的兩個參數 α 與 β 之不同設定，可產生各種不同形狀與特徵之機率分配圖形，有較大之配適彈性，因此對估計母體比率值參數具有良好之適應性。故假設 P 之先驗機率密度函數爲一 Beta 分配函數，則：

$$h(P)=\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\cdot P^{\alpha-1}\cdot(1-P)^{\beta-1} \tag{26}$$

其中 α, β 爲 Beta 分配的兩個參數

由公式(25)(26)可求出 X 之邊際機率 $M(X)$ 爲：

$$m(X)=\int_0^1 m(X, P)dP$$

$$=\binom{n_0}{X}\cdot\frac{\Gamma(\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha+X)\,\Gamma(n_0+\beta-X)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(n_0+\alpha+\beta)} \tag{27}$$

因此，在樣本資訊 X 已知的情況下，P 之後驗機率密度函數或稱在給定 X 的情況下 P 之條件機率 $K(P|X)$ 爲：

$$K(P|X)=\frac{g(X|P)h(P)}{m(X)}$$

$$=\frac{\Gamma(n_0+\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+X)\Gamma(n_0+\beta-X)}\cdot P^{\alpha+X-1}(1-P)^{\beta+n_0-X-1} \tag{28}$$

$$\therefore K(P|X)\sim Beta\,(\alpha+X,\,\beta+n_0-X)$$

由以上之分析可知，P 的後驗機率密度函數亦爲一 Beta 分配，因此可求得在給定 X 的條件 P 之期望值 $E(P|X)$ 爲：

$$E(P|X)=\int_0^1 P\cdot K(P|X)dP$$

$$=\frac{\alpha+X}{\alpha+\beta+n_0} \tag{29}$$

公式(29)表示在給定 X 的情況下，P 的條件期望值。此一條件期望值可使下列損失函數之期望值最小化（Hogg and Craig, 1978），即：

若：$L[P,\,w(X)]=[P-w(X)]^2$，(其中 $w(X)$ 爲 X 的統計量) (30)

則當 $w(X)=E(P|X)$ 時，可使 $E(L[P,\,w(X)]|X)$ 有最小值。即：

若：$w(X)=\dfrac{\alpha+X}{\alpha+\beta+n_0}$ 時

則：$E(L[P,\,w(X)]|X)=\int_0^1[P-w(X)]^2K(P|X)dP$ 有最小值。

而 $w(X)$ 可改寫成如下之形式：

$$w(X)=\left(\frac{n_0}{\alpha+\beta+n}\right)\cdot\frac{X}{n_0}+\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha+\beta+n_0}\right)\cdot\frac{\alpha}{\alpha+\beta} \tag{31}$$

公式(31)中 $\frac{X}{n_0}$ 爲 P 之最大概似估計量，而 $\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ 爲 P 之先驗機率密度函數之平均值。亦即 $w(X)$ 爲 P 之 MLE 與先驗機率平均值之加權平均值。當樣本大小 n_0 愈大時，MLE 之權重加大，顯示樣本資訊對 P 之估計有較大之影響力；反之，當 n_0 愈小時，先驗機率之平均值之影響力較大，顯示在樣本資訊不充分的情況下，先驗機率密度函數之期望值對 P 之估計有決定性之影響力。

以上係針對總投票率 P 所做之貝氏參數估計，亦即在進行參數估計時，除了考量過去之投票率狀況外，若能進行隨機抽樣，以了解目前之投票情形，則對相關參數之預測將更有利。仿此，我們可對所有當選者總得票數佔總有效票數之比率進行估計，不過一般而言，在派系激烈競爭的情況下，此一比率常不易正確估計，因此只能經由過去資料加以研判估計之。此時，我方配票決策當局爲求愼重穩健起見，常對此一比率進行加碼，以免造成無法彌補之配票失誤現象發生。茲將此一分析過程以數學符號說明之。

符號定義：

ϕ＝所有當選者總得票數佔總有效票數之比率

ρ＝ϕ之加碼率

V_β＝貝氏估計下最低可當選票數

其餘同上

經由上述之貝氏參數估計法求得總投票率 P 之估計值後，可得 V_β 之值爲：

$$V_\beta=\left[\frac{MP(1-F)\phi(1+\rho)}{N}\right] \tag{32}$$

公式(32)中之 ϕ 雖爲一估計值，然經由代數運算可求得其合理之範圍爲：

$$\frac{N}{L}\leq\phi\leq 1 \text{（其中 L 表總候選人數）} \tag{33}$$

另一方面，亦可仿照公式(1)求得有效投票率不是百分之百時之最低可當選票數 V_2 爲：

$$V_2=\left[\frac{MP(1-F)}{N+1}+1\right] \tag{34}$$

若我方爲第一大派系，則我方另一可行之配票策略爲：

$$\max\left\{\left[\frac{Y_1P_1(1-F)}{N}\right],\ Y_2+1\right\} \tag{35}$$

以上之分析雖已考慮有效投票率及散戶的問題，然仍假設所有當選者之得票數呈均勻分配，若經由實際觀察發現並非如此，即所有候選人之得票數皆呈隨機散布。則可運用單邊 Chebyshev 不等式定理找出符合要求之最低可當選票數。茲將此一定理介紹於後：

[單邊 Chebyshev 不等式定理]：
若隨機變數 X 的期望值與變異數分別爲 μ 與 σ^2，則對任意正整數 $a>0$，可得如下之結果：

$$1.\ P(X\geq\mu+a)\leq\frac{\sigma^2}{\sigma^2+a^2} \tag{36}$$

$$2.\ P(X\leq\mu-a)\leq\frac{\sigma^2}{\sigma^2+a^2} \tag{37}$$

此定理之證明可參考 Ross（1994）之著作，在此不擬贅述。今將此一定理應用於本文之配票策略上，可得如下之性質：

[性質三]：若各候選人之得票數 V 爲一隨機變數，且已知其期望值與變異數分別爲 μ 與 σ^2，則候選人之穩當選票數必不超過 $\left(\mu+\sqrt{\frac{L}{N}-1}\cdot\sigma\right)$，其中 L 表總候選人數，N 表法定總當選人數，且 $L>N$。
[證明]：依據單邊 Chebyshev 不等式定理可得：

$$P(V\geq\mu+a)\leq\frac{\sigma^2}{\sigma^2+a^2}$$

令：$\dfrac{\sigma^2}{\sigma^2+a^2}=\dfrac{N}{L}$

則：$a^2=\dfrac{L-N}{N}\cdot\sigma^2$

$$\therefore a=\sqrt{\frac{L}{N}-1}\cdot\sigma$$

$$故：P\left(V\geq\mu+\sqrt{\frac{L}{N}-1}\cdot\sigma\right)\leq\frac{N}{L}\ 得證。$$

由性質三可知，當各候選人得票數之期望值與變異數已知，則穩當選票數即可經由單邊 Chebyshev 定理計算得知。不過就實際意義而言，配票係始於選舉之前，因此該選舉之期望值與變異數實不可得，解決之道在於利用過去相同或相類似選舉之資料，再經由我方配票決策當局衡酌當時實際情況，加以適度加權，則性質三即可援引應用。茲將此一過程以數學符號說明於後：

符號定義：

μ＝本次選舉預估每位候選人之平均得票數

σ＝過去相同或相類似選舉各候選人得票數之標準差

δ＝變異數之加權比率

V_{ch}＝符合 Chebyshev 不等式之穩當選票數

L＝總候選人數

其餘同上

$$則：\mu=\frac{MP(1-F)}{L} \tag{38}$$

$$令：\frac{\sigma^2(1+\delta)}{\sigma^2(1+\delta)+a^2}=\frac{N}{L}$$

$$\Rightarrow a^2=\frac{L-N}{N}\cdot(\sigma^2(1+\delta))$$

$$\Rightarrow a=\sqrt{\left(\frac{L}{N}-1\right)\cdot(1+\delta)}\cdot\sigma$$

$$故：V_{ch}=\left[\mu+\sqrt{\left(\frac{L}{N}-1\right)\cdot(1+\delta)}\cdot\sigma+1\right]$$

$$=\left[\frac{MP(1-F)}{L}+\sqrt{\left(\frac{L}{N}-1\right)\cdot(1+\delta)}\cdot\sigma+1\right] \tag{39}$$

由以上之各種分析可知，最低可當選票數係取各種分析中之最小者。即最低可當選票數 V_L 為：

$$V_L=\min\left\{\begin{array}{l}\left[\frac{MP(1-F)}{N+1}+1\right],\left[\frac{MP(1-F)\phi(1+\rho)}{N}\right],\max\left\{\left[\frac{Y_1P_1(1-F)}{N}\right],Y_2+1\right\},\\ \left[\frac{MP(1-F)}{L}+\sqrt{\left(\frac{L}{N}-1\right)\cdot(1+\delta)}\cdot\sigma+1\right]\end{array}\right\} \tag{40}$$

求出最低可當選票數 V_L 之後，我方可據以擬訂最適之配票策略。由於我方派系之合格選民之投票率並非百分之百，且配票失敗率亦非為零，因此必須參酌過去之情況，並充分蒐集本次選舉之相關資訊，做一綜合研判，以求得我方派系之實質有效配票率。即實質有效配票率 θ 為：

$$\theta=P_I(1-F)(1-\varepsilon) \tag{41}$$

其中：P_I, ε 分別表示我方派系之投票率及配票失敗率

當 θ 求得之後，根據過量預訂（overbooking）原理，可求出我方規劃人選之最適配票數。茲將此一過程以數學符號分析說明於後：

符號定義：

V_L＝最低可當選票數

θ＝實質有效配票率

n＝規劃人選之配票數(為一決策變數)

X＝規劃人選之實得票數(為一隨機變數)

$G(V_L|n)=P(X\geq V_L|n)$，即在給定 n 的條件下，X 大於或等於 V_L 之機率

Y_1＝我方派系之合格選民數

$D_1(n)$＝我方派系在配票數為 n 下之規劃席次

$E(D_I(n))=D_I(n)$之期望值

已知：$X\sim B(n,\theta)$ 為一二項分配

故：$f(X)=\binom{n}{X}\cdot\theta^X(1-\theta)^{n-X}$ (42)

其中：$X\leq n$ 且 $\binom{n}{X}=\frac{n!}{X!(n-X)!}$

又：$G(V_L|n)=P(X\geq V_L|n)$

$$=\sum_{X=V_L}^{n}\binom{n}{X}\cdot\theta^X(1-\theta)^{n-X} \tag{43}$$

公式(43)中 $G(V_L|n)$ 表示當配票數爲 n 時，規劃人選實得票數超過可當選票數 V_L 之機率，而若每位規劃人選皆配 n 票，則我方派系之可規劃席次 $D_I(n)$ 爲：

$$D_I(n)=\frac{Y_I}{n}$$

由於 $D_I(n)$ 爲規劃之席次，爲一正整數，故 n 之選取上必須可整除 Y_I，方不致浪費我方既有之選票。而不同之 n 值對應不同之 $D_I(n)$ 值，進而不同之 $D_I(n)$ 值對應不同之 $G(V_L|n)$ 值，故在給定 n 值之情況下，期望當選席次 $E(D_I(n))$ 爲：

$$E(D_I(n))=D_I(n)\cdot G(V_L|n) \tag{44}$$

對一理性決策者而言，應選擇最適之 n^* 值，使期望當選席次 $E(D_I(n))$ 有最大值。即：

$n^*=Get\{n|\max(E(D_I(n))),\ \forall n\leq Y_I\}$，其中 Get 表取符合條件之 n 值。 (45)

由公式(45)可知，我方規劃人選之配票數爲 n^*，有了此一配票數後，我方派系即可據以進行配票作業之細部規劃。所謂細部規劃係指針對我方派系之每位合格選民進行投票行爲之指派之謂也。一般而言，若派系之內部凝聚力很強，則每位派系內之合格選民皆願接受配票決策當局之指示而進行投票，此時則細部配票作業相當單純，只需將每 n^* 位我方合格選民分配給每一位規劃人選即可。不過，由於派系內各類型選民有其特定的偏好，因此爲求整個配票過程，內部之滿意度最大化，茲將數學規劃模型導入，以期細部配票作業最適化。

符號定義：

Y_I＝我方派系之合格選民總數

γ_j＝我方派系第 j 類選民族群人數

C_{ij}＝我方第 j 類選民族群分配給第 i 位規劃人選之單位滿意度指標

Q_{ij}＝我方第 j 類選民族群分配給第 i 位我方規劃人選之配票比率係數

上述符號定義中，C_{ij} 為一估計值，該估計值係配票決策當局衡酌規劃人選 j 與選民族群 i 間彼此之互動關係，選民族群 i 對規劃人選 j 之接受程度(包括競選訴求、政見、人格特質及形象等)，過去配票之配合度，雙方在職業屬性上、性別上、地理因素上、年齡因素上等之差異，作一綜合研判，以決定該數值之大小。此外，亦可透過問卷調查或人員訪問方式，以了解我方選民對我方規劃人選之偏好態度，據以作為估計 C_{ij} 之基準。

數學規劃模型之意義說明：

一、目標函數：總配票滿意度最大化

二、限制條件：1.各規劃人選之配票數為 n^*

2.每一類選民族群分配給所有規劃人選之配票比率係數總和為 1

3.配票比率係數 Q_{ij} 之值介於 0 與 1 之間

根據上述之意義說明，可建立數學規劃模型如下：

$$\max: \sum_i \sum_j \gamma_j Q_{ij} C_{ij} \tag{46}$$

Subject to:

$$\sum_j Q_{ij} \cdot \gamma_j = n^*, \ \forall\, i = 1, 2, \ldots, \frac{Y_I}{n^*} \tag{47}$$

$$\sum_{i=1}^{\frac{Y_I}{n^*}} Q_{ij} = 1, \ \forall\, j \tag{48}$$

$$0 \le Q_{ij} \le 1, \ \forall\, i, j \tag{49}$$

由以上之數學模型可知，當各規劃人選之最適配票數 n^* 求得之後，經由問卷調查或綜合研判，可得 C_{ij} 之值，並據以建構數學模型，以找出符合最適配票策略前提下，使配票滿意度最大化之細部配票作業規劃。

4.範例分析

[範例一]：（配票策略之 Nash 均衡分析）

某信用合作社改選董事席次，法定總當選席次爲 15 席，總合格選民數爲 1200 人，投票採單票制，今有三大派系參與競爭，各派系所擁有之合格選民數分別爲 500、300 及 200 人，其餘 200 人爲散戶，假設散戶投票行爲呈均勻分布，若我方爲第二大派系，則在三派充分動員競爭下，我方應如何配票？

由題意知：$M=1000$人（因散戶投票行爲呈均勻分布，故其選票不具影響力）

$Y_1=500$

$Y_2=300$

$Y_3=200$

茲將各派系在各種不同配票策略下之配票數分析說明於後：

1. 穩健保守策略：

$$V_{S1}=\min\left\{\left[\frac{M}{N+1}+1\right],\ Y_2+1\right\}=63\ (\text{票})$$

$$V_{S1}=V_{S2}=V_{S3}=63\ (\text{票})$$

2. 穩健樂觀策略：

$$V_{O1}=\min\left\{\left[\frac{M}{N+1}\right],\ Y_2+1\right\}=62\ (\text{票})$$

$$V_{O1}=V_{O2}=V_{O3}=62\ (\text{票})$$

3. 全面封殺策略：（此爲第一大派系之專屬策略）

$$V_{K1}=\left[\frac{Y_1}{N}\right]=33\ (\text{票})$$

4. 加碼策略：（此爲第二、第三大派系專屬策略）

$$V_{U2}=\min\left\{\left[\frac{Y_1}{N}\right]+f_2,\ Y_2\right\}=\min\left\{\left[\frac{500}{15}\right]+5,300\right\}=38\ (\text{票})，(\text{設 } f_2=5\ \text{票})$$

$$V_{U2}=\min\left\{\left[\frac{Y_1}{N}\right]+f_3,\ Y_3\right\}=36\ (\text{票})，(\text{設 } f_3=3\ \text{票})$$

5. 反加碼策略：當第一大派系探知其他小派系採加碼策略時，可在欺敵的情

況下採反加碼策略以為反擊。其反加碼配票數為：

$$V_{R1}=\min\left\{\max\{V_{U2},\ V_{U3}\}+g_1,\left[\frac{M}{N+1}\right],\ Y_2+1\right\}$$

$$=\min\left\{\max\{38,36\}+5,\left[\frac{1000}{16}\right],301\right\}=43\text{（票）}，\text{（設 }g_1=5\text{ 票）}$$

不過，值得注意的是，本策略必須在第一大派系已確知其他派系之加碼策略前提下，方能在欺敵情況下採行，否則在資訊不足情況下，第一大派系必不敢冒然行之。

6. 下殺策略：（此為第一及第二大派系專屬策略）

$$V_{D2}=\min\left\{\left[\frac{M}{N+1}\right],\ Y_2+1\right\}=\min\left\{\left[\frac{1000}{16}\right],301\right\}=62\text{（票）}$$

$$V_{D3}=\min\left\{\left[\frac{M}{N+1}\right],\ Y_3+1\right\}=\min\left\{\left[\frac{1000}{16}\right],201\right\}=62\text{（票）}$$

由於 V_{D2}, V_{D3} 皆為 62 票，且皆等於穩健樂觀策略，表示在第二及第三大派系皆具一定規模的情況下，下殺策略並無特殊之效果。故本題可將下殺策略視為等同於穩健樂觀策略。

茲以賽局理論之 Normal form 型式，探討三派系在各種不同配票策略互動結構下，各派系之當選席次如表一所示。經由 Nash 均衡分析可得，當三大派系皆採穩健保守策略或穩健樂觀策略時，可達 Nash 均衡，三派系之當選席次分別為 8, 4, 3。所謂 Nash 均衡係指三派系皆已同時達到最佳解，任何派系皆無法經由策略之改變而獲得更多之席次。不過，其前提是各派系皆充分了解彼此可用之策略，則 Nash 均衡為一穩定解（Stationary solution）。若在資訊不對稱的情況下，掌握資訊較多之一方可採取適應性策略（Adaptive strategy），以贏得更多席次。例如當第二大派系事前確知第一大派系將採全面封殺策略時，則由表一(c) 可知，不管第三大派系採何種策略，第二大派系採加碼策略最為有利，可獲得 8 個席次，使當選席次躍升為第一名。可見在資訊不對稱的情況下，對敵我的訊息狀況與訊息結構掌握愈清楚者，愈能發揮資訊優勢，採取對自己最有利的配票策略，以擴大我方派系之席次版圖。在敵暗我明，即競爭對手知道我方之配票策略，而我方不知對方之配票策略時，宜採取穩健配票策略，以免競爭對手趁虛而入，攻我不備；反之，如果

表一：三派系配票策略之 Normal form

(a)第一大派系：穩健保守策略(63 票)

		第三大派系		
		穩健保守(63)	穩健樂觀(62)	加碼策略(36)
第二大派系	穩健保守策略(63)	(8，4，3)	(8，4，3)	(8，5，2)
	穩健樂觀策略(62)	(8，4，3)	(8，4，3)	(8，5，2)
	加碼策略(38)	(8，4，3)	(8，4，3)	(8，7，0)

(b)第一大派系：穩健樂觀策略(62 票)

		第三大派系		
		穩健保守(63)	穩健樂觀(62)	加碼策略(36)
第二大派系	穩健保守策略(63)	(8，4，3)	(8，4，3)	(8，5，2)
	穩健樂觀策略(62)	(8，4，3)	(8，4，3)	(8，5，2)
	加碼策略(38)	(8，4，3)	(8，4，3)	(8，7，0)

(c)第一大派系：全面封殺策略(33 票)

		第三大派系		
		穩健保守(63)	穩健樂觀(62)	加碼策略(36)
第二大派系	穩健保守策略(63)	(7，5，3)	(7，5，3)	(5，5，5)
	穩健樂觀策略(62)	(7，5，3)	(7，5，3)	(5，5，5)
	加碼策略(38)	(4，8，3)	(4，8，3)	(2，8，5)

(d)第一大派系：反加碼策略(43 票)

		第三大派系		
		穩健保守(63)	穩健樂觀(62)	加碼策略(36)
第二大派系	穩健保守策略(63)	(7，5，3)	(7，5，3)	(10，5，0)
	穩健樂觀策略(62)	(7，5，3)	(7，5，3)	(10，5，0)
	加碼策略(38)	(11，1，3)	(11，1，3)	(11，4，0)

敵明我暗，則應採取最佳適應性策略，以獲取我方之最佳利益。換言之，透過賽局之 Nash 均衡分析與敵我情報之有效掌握，有助於最適決策之擬訂。

[範例二]：（配票策略之修正模型應用）

某一地方性農會改選理事席次，法定總當選席次為 15 席，總合格選民數為 2000 人，有三個派系參與競爭，其所掌握之合格選民數分別為 500、300 和 200 人，其他 1000 人為散戶。假設我方為第一大派系，根據過去相同選舉之經驗顯示，總投票率為 0.8，總廢票率為 0.005，而我方之實質有效配票率為 0.9，各候選人得票數之變異數為 900，所有當選者之總得票數佔總有效票之比率為 0.75。本次參與競選之人數為 30 人，與過去情況相仿。在此情況下我方(第一大派系)應如何擬訂配票策略?

由題意知：

M（總合格選民數）＝2000

$Y_1 = Y_I$（第一大派系之合格選民數）＝500

Y_2（第二大派系之合格選民數）＝300

Y_3（第三大派系之合格選民數）＝200

P（總投票率）＝0.8

F（總廢票率）＝0.005

θ（我方派系之實質有效配票率）＝0.9

N（法定總當選席次）＝15

L（總候選人數）＝30

ϕ（當選者總得票數佔總有效票數之比率）＝0.75

σ^2（候選人得票數之變異數）＝900

有了以上資訊之後，我方配票決策當局必須全面性蒐集與本次選舉相關之資訊，以作為各參數估計之依據，並對我方合格選民進行問卷調查，以了解我方選民對規劃人選之偏好態度，作為擬訂 C_{ij} 之參考依據。經由以上之過程，可獲得如下之資訊：

ρ（ϕ 之加碼率）＝0.05

δ（σ_2 之加碼率）＝0（表示過去選舉之 σ_2 值已相當高，本次選舉應不超過此

一水準)

根據最低可當選票數之公式可得：

$$V_L=\min\left\{\begin{array}{l}\left[\dfrac{MP(1-F)}{N+1}+1\right],\left[\dfrac{MP(1-F)\phi(1+\rho)}{N}\right],\max\left\{\left[\dfrac{Y_1\cdot\theta}{N}\right],\ Y_2+1\right\},\\ \left[\dfrac{MP(1-F)}{L}+\sqrt{\left(\dfrac{L}{N}-1\right)}\cdot(1+\delta)\cdot\sigma+1\right]\end{array}\right\}$$

$$=\min\left\{\begin{array}{l}\left[\dfrac{2000\times0.8\times0.995}{16}+1\right],\left[\dfrac{2000\times0.8\times0.995\times0.75\times1.05}{15}\right],\\ \max\left\{\left[\dfrac{300\times0.9}{15}\right],301\right\},\left[\dfrac{2000\times0.8\times0.995}{30}+\sqrt{\left(\dfrac{30}{15}-1\right)}\cdot(1+0)\cdot30+1\right]\end{array}\right\}$$

$$=83\text{（票）}$$

由以上分析可知，最低可當選票數爲 83 票。因此，透過 overbooking 的方法，找出對我方最有利之配票數。由於規劃席次 $D_I(n)$ 必須爲整數，故適當之配票數 n 値分別爲 500, 250, 166, 125, 100, 83 等，其對應之規劃席次分別爲 1, 2, 3, 4, 5, 6 席等。茲以規劃席次 5 席來說明其 $G(V_L=83|n=100)$ 及 $E(D_I(n=100))$ 之值：

$$\begin{aligned}G(V_L=83|n=100)&=\sum_{X=83}^{100}\binom{100}{X}\cdot\theta^X(1-\theta)^{n-X}\\&\approx1+\Phi\left(\frac{83-n\cdot\theta}{\sqrt{n\cdot\theta\cdot(1-\theta)}}\right)\\&=1-\Phi(-2.33)\\&=0.9901\end{aligned}$$

而其期望當選席次 $E(D_I(n))$ 爲：

$$\begin{aligned}E(D_I(n))&=D_I(n)\cdot G(V_L|n)\\&=5\times0.9901\\&=4.9505\text{(席)}\end{aligned}$$

同理可以計算出 $n=500, 250, 166, 125$ 及 83 時，對應之 $G(V_L|n)$, $D_I(n)$ 及

$E(D_I(n))$ 之值，如表二所示：

表二：期望當選席次彙整表

n	500	250	166	125	100	83
$G(V_L\|n)$	1	1	1	1	0.9901	0.0012
$D_I(n)$	1	2	3	4	5	6
$E(D_I(n))$	1	2	3	4	4.9505(Max)	0.0072

由表二可發現，當配票數 $n=100$ 時，期望當選席次$E(D_I(n))=4.9505$ 席為最大值，故我方之最適配票數為每位規劃人選 100 票。有了此一數值之後，可據以對我方合格選民進行細部配票作業。其做法是將我方合格選民依某一分類標準加以分類，並依據問卷調查或綜合研判之結果擬訂其 C_{ij} 之值，再依據 $C_{ij}, n, D_I(n)$ 及各分類選民人數 δ_j，建構數學規劃模型，經由電腦求解之，以找出最適之細部配票作業。茲將此一過程說明於後：依據地區別將我方合格選民分為 4 個類別，其各類別之人數如表三所示：

表三：我方選民分類統計表

地區別 (j)	1	2	3	4
δ_j	100	200	90	110

而依據問卷調查及綜合研判結果可得 C_{ij} 之值如表四所示：

表四：單位配票滿意度 C_{ij} 估計表*

i \ j	1	2	3	4
1	4	4	2	9
2	5	3	5	6
3	3	9	3	5
4	6	7	6	3
5	2	4	7	3

*：C_{ij} 最小值為 1，最大值為 9。1 表最不滿意；9 表最滿意

數學規劃模型如下所示：

Max：

$$400Q_{11}+800Q_{12}+180Q_{13}+990Q_{14}+$$
$$500Q_{21}+600Q_{22}+450Q_{23}+660Q_{24}+$$
$$300Q_{31}+1800Q_{32}+270Q_{33}+550Q_{34}+$$
$$600Q_{41}+1400Q_{42}+540Q_{43}+330Q_{44}+$$
$$200Q_{51}+800Q_{52}+630Q_{53}+330Q_{54}$$

S.T.：

$$100Q_{11}+200Q_{12}+90Q_{13}+110Q_{14}=100$$
$$100Q_{21}+200Q_{22}+90Q_{23}+110Q_{24}=100$$
$$100Q_{31}+200Q_{32}+90Q_{33}+110Q_{34}=100$$
$$100Q_{41}+200Q_{42}+90Q_{43}+110Q_{44}=100$$
$$100Q_{51}+200Q_{52}+90Q_{53}+110Q_{54}=100$$
$$Q_{11}+Q_{21}+Q_{31}+Q_{41}+Q_{51}=1$$
$$Q_{12}+Q_{22}+Q_{32}+Q_{42}+Q_{52}=1$$
$$Q_{13}+Q_{23}+Q_{33}+Q_{43}+Q_{53}=1$$
$$Q_{14}+Q_{24}+Q_{34}+Q_{44}+Q_{54}=1$$
$$0\leq Q_{ij}\leq 1,\ \forall i=1,2,\ldots,5,\ j=1,2,\ldots,4$$

上述數學規劃模型經由 LP-model (Chang, 1995) 求解可得配票比率係數 Q_{ij} 之值如表五所示：

表五：配票比率係數 Q_{ij} 彙整表

i \ j	1	2	3	4
1	0	0	0	0.90909
2	0.9	0	0	0.09090
3	0	0.5	0	0
4	0.1	0.45	0	0
5	0	0.05	1	0

由表五可知，Q_{ij} 之值皆介於 0 與 1 之間，0 表完全不分配，1 表完全分配。例如：$Q_{ij}=0$ 表示第一類選民完全不分配給我方第一位規劃人選；$Q_{53}=1$ 表示將第三類選民完全分配給第五位我方規劃人選。其他如 $Q_{21}=0.9$ 表示將我方第一類選民的百分之九十選票，分配給我方第二位規劃人選，餘類推。經由以上之計算得知其目標值爲 3670，表示在最適配票策略下，經由數學規劃模型之應用，可使細部配票作業之滿意程度達於最大化。

5.結論

經由本文之推論，可得如下之重要結論：

一、經由配票策略之擬訂與執行，有助於選票之有效分配與利用，不致造成選票之過度集中與浪費，對當選席次之增加有正面之意義。

二、派系間之合作結盟，有助於當選席次之增加。即結盟後之總當選席次大於或等於結盟前各派系當選席次之總和。因此在某些特定場合，經由派系之合縱連橫，有助於壯大彼此的聲勢。

三、在單票制的前提下，法定總當選席次愈少對小派系愈不利，對大派系愈有利。因此對小派系而言，除經由合作結盟以壯大自己外，爭取更多的法定總當選席次亦爲避免封殺之另一可行途徑。

四、在派系數已知且各派系所擁有之合格選民數已知的前提下，賽局理論之 Nash 均衡分析，有助於在各派系不同配票策略之互動結構下，找出對我方最有利之配票策略，提升配票品質。

五、貝氏參數估計有助於提升參數估計之品質。例如投票率、實質有效配票率及當選者總得票數佔總有效票數之比率等之估計，由於貝氏參數估計不但參考過去資料，更參考目前所獲得之情報，較符合理性決策之要求。

六、若有過去相同或相類似選舉之資料可資參考時，單邊 Chebyshev 不等式定理可提供最低可當選票數之一種選擇。

七、Overbooking（過量預訂）的統計方法，有助於最適配票數之擬訂。由於實質有效配票率並非百分之百，因此經由適當的統計方法，可提升配票之品質。

八、在既定的配票策略下，經由數學規劃模型之應用，可使派系內之配票滿意度達到最大化，此正所謂循序二元最佳化之實現。

組織內之投票選舉大都事關重大決策之擬訂及重大權力結構之重組，如董監事、理監事、委員會委員及代表會代表等之選舉，絕對不可等閒視之。本文從組織內派系之觀點，探討如何經由配票策略之分析與擬訂，以期達成在既有條件下當選席次最大化之目標。

值得一提的是，在合格選民數不多，且派系競爭激烈的情況下，每一票都非常寶貴，必須善加運用，深入了解每一位我方派系合格選民之好惡，甚至爭取游離選民之支持，將選票做最妥適之規劃與分配，讓每一票都發揮最大的效益。

參考資料

Aragon, G. A.

1989 Financial Management, Allyn and Bacon.

Arthur J. and H. C. Schram

1992 "Testing Economic Theories of Voter Behavior Using Micro-data", *Applied Economics*, 24, P419-428.

Berg, S.

1996 "Condorcet's Jury Theorem and the Reliability of Majority Voting", *Group Decision and Negotiation*, 5(3): P229-238.

Blais, A., R. Young, C. Fleury and M. Lapp

1995 "Do People Vote on the Basis of Minimax Regret?", *Political Research Quarterly*, 48(3): P827-836.

Brams, S. J.

1990 "Constrained Approval Voting: a Voting System to Elect a Governing Board", *Interfaces*, 20(5): P67-80.

Brzel, Y. and T. R. Sass

1990 "The Allocation of Resources by Votion", *The Quarterly Journal of Economics*, 105: P745-771.

Budge, I.

1994 "A New Spatial Theory of Party Competition: Uncertainty, Ideology and Policy Equilibria Viewed Comparatively and Temporally", *British Journal of Political Science*, 24: P443-467.

Chang, Y. L.

1995 Quantitative Systems 3.0, Prentice Hall International Inc.

Coates, D. and M. Munger

1995 "Legislative Voting and the Economic Theory of Politics", *Southern Economic Journal*, 61: P861-872.

Felsenthal, D. S., Z. Maoz, and A. Rapoport

1993 "An Empirical Evaluation of Six Voting Procedures: Do They Really Make any Difference?", *British Journal of Political Science*, 23: P1-27.

Fishburn, P. C. and J. D. C. Little

1988 "An Experiment in Approval votion", *Management Science*, 34(5): P555-568.

Fisher, D. C., and J. Ryan

1995 "Tournament Games and Condorcet Voting", *Linear Algebra and Its Applications*, 217: P87-100.

Gardner, R.

1995 *Games for Business and Economics*, John Wiley & Sons, Inc.

Gutowski, W. E. and J. P. Georges

1993 "Optimal Sophisticated Voting Strategies in Single Ballot Elections", *Public Choice*, 77(2): P225-247.

Haller, H.
1994 "Collusion Properties of Values", *International Journal of Game Theory*, 23(3): P261-281.

Hogg, R. V. and A. T. Craig
1978 *Introduction to Mathematical Statistics*, fourth edition, Macmillan Co., Inc.

Hogg, R. V. and E. A. Tanis
1993 *Probability and Statistical Inference*, fourth edition, Macmillan Co., Inc.

Horne, J. C. V.
1989 *Financial Management and Policy*, eighth edition, Prentice Hall.

Joy, O. M.
1984 *Introduction to Financial Management*, third edition, Hwa Tai Book Co.

King, R. R.
1994 "An Experimental Investigation of Super Majority Voting Rules: Implications for The Financial Accounting Standards Board", *Journal of Economic Behavior and Organization*, 25: P197-217.

Kreps, D. M.
1990 *A Course in Microeconomic Theory*, Harvester Wheatsheaf.

Luenberger, D. G.
1995 *Microeconomic Theory*, International edition, McGraw-Hill, Inc.

McGinnis, M. D. and J. T. Williams
1993 "Policy Uncertainty in Two-Level Games: Examples of Correlated Equilibria", *International Studies Quarterly*, 37(1): P29-54.

McGuire, R. A. and R. L. Ohsfeldt
1989 "Self-interest, Agency Theory, and Political Voting Behavior: The Ratification of the United States Constitution", *The American Economic Review*, 79(1): P219-234.

Merrill, III S.
1993 "Voting Behavior under the Directional Spatial Model of Electoral Competition", *Public Choice*, 77(4): P739-756.

Myerson, R. B. and R. J. Weber
1993 "A Theory of Voting Equilibria", *American Political Science Review*, 87(1): P102-114.

Romer, T. and H. Rosenthal
1984 "Voting Models and Empirical Evidence", *American Scientist*, 72: P465-473.

Rao, R. K. S.
1987 *Financial Management — Concepts and Applications*, Macmillan Publishing Company.

Ross, S. A., R. W. Westerfield and B. D. Jordan
1993 *Fundamentals of Corporate Finance*, second edition, K. IRWIN, NC.

Ross, S.
1994 *A First Course in Probability*, fourth edition, Prentice Hall International, Inc.

Salant, S. W. and E. Goodstein

1990 "Predicting Committee Behavior in Majority Rule Voting Experiments", *The Rand Journal of Economics*, 21(2): P293-313.

Sieg, G. and C. Schulz

1995 "Evolutionary Dynamics in the Voting Game", *Public Choice*, 85(1-2): P157-172.

Sloth, B.

1993 "The Theory of Voting and Equilibria in Noncooperative Games", *Games and Economic Behavior*, 5(1): P152-169.

Stratmann, T.

1995 "Campaign Contributions and Congressional Voting: Does the Timing of Contributions Matter?", *The Review of Economics and Statistics*, 77: P127-136.

Usher, D.

1994 "The Significance of The Probabilistic Voting Theorem", *Canadian Journal of Economics*, 27(2): P433-445.

Varian, H. R.

1992 *Microeconomic Analysis*, third edition, W. W. Norton & Company.

Visser, M.

1994 "Policy Voting, Projection, and Persuasion: An Application of Balance Theory to Electoral Behavior", *Political Psychology*, 15(4): P699-711.

Weston, J. F. and T. E. Copeland

1986 Managerial Finance, eighth edition, The Dryden Press.

Zuckerman, A. S., N. A. Valentino and E. W. Zuckerman

1994 "A Structural Theory of Vote Choice: Social and Political Networks and Electoral Flows in Britain and The United States", *The Journal of Politics*, 56(4): P1008-1033.

A Study on Optimal Votes Allocation Strategy within an Organization for Single Voting System

Yun-cheng Huang
Department of Industrial Management
National Pingtung University of Science and Technology

ABSTRACT

In this paper, we study how to formulate an optimal votes allocation strategy within an organization. The purpose is to maximize the number of elect for a given party. On sufficient information condition, this paper proposed a Nash equivalent analysis method to determine the optimal votes allocation strategy. On insufficient information condition, we applied Bayes' parameters estimation method, single-side Chebyshev inequality theorem and overbooking method to search for the lowest votes for elect. Given the lowest votes of elect, we formulated a mathematical programming model to maximize the satisfaction level of the party members. Finally, eight conclusions are drawn for future studies and applications.

Key Words: votes allocation strategy, Nash equivalent,
single-side Chebyshev inequality theorem